



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## بررسی امواج یون-غبار-صوت توسط نظریه‌ی جنبشی در پلاسمای غباری با بار متغیر غبار

مینا جمشیدی، حسین حکیمی پژوه و محمودرضا روحانی

گروه فیزیک، دانشگاه الزهرا

چکیده - در این مقاله، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت، تحت تاثیر افت و خیز بار غبار در پلاسمای غباری غیرمغناطیده و غیربرخوردی توسط نظریه‌ی جنبشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ذرات پلاسما دارای تابع توزیع سرعت ماکسولی در حالت تعادل هستند و بار اولیه‌ی غبار منفی فرض می‌گردد. نشان می‌دهیم که بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی ذرات پلاسما هم امکان وقوع ناپایداری وجود دارد. همچنین نتایج حاصل با نتایج نظریه‌ی سیالی مقایسه می‌شوند.

کلیدواژه- افت و خیز بار غبار، امواج غبار-یون-صوت، نظریه‌ی جنبشی.

## Investigation of Dust-Ion-Acoustic Waves in Dusty Plasmas with Variable Dust Charge by Kinetic theory

Mina Jamshidi, Hossein Hakimi Pajouh and Mahmoud Reza Rouhani

Department of Physics, Alzahra University, Tehran

**Abstract-** In this paper, the instability of Dust-Ion-Acoustic waves in the presence of the dust charge fluctuations in a collisionless unmagnetized dusty plasmas is investigated by kinetic theory. We consider Maxwellian distribution for plasma particles in the equilibrium and negatively charged dust grains. It is shown that dust-ion-acoustic wave instability can exist even if the drift speeds of the plasma particles are equal to zero. The results of kinetic theory are compared with those of fluid theory.

**Keywords:** Dust Charge Fluctuation, Dust-Ion-Acoustic waves, kinetic theory.

## ۱- مقدمه

در بررسی پدیده های پلاسما از دو نظریه ی سیالی و جنبشی می توان استفاده نمود. نظریه ی جنبشی نسبت به نظریه ی سیالی نتایج کامل تری در بر دارد. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت را نیز توسط این دو نظریه می توان بررسی کرد. در پلاسمای غباری، جریان های پلاسمایی به علت وجود اختلاف پتانسیل بین سطح غبار و ذرات پلاسما، به سمت غبار جاری می شوند و بدین ترتیب ذرات غبار باردار می گردند. اگر اختلال کوچک به پلاسما اعمال گردد، تابع توزیع سرعت ذرات و جریان های رسیده به سطح غبار مختل می گردند و در نتیجه بار غبار افت و خیز می کند. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت با فرض منفی بودن بار اولیه ی غبار توسط نظریه ی سیالی مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۵]. در مقالات [۱-۳]، ثابت شده است که این امواج بر اثر افت و خیز بار غبار میرا می شوند و ناپایداری به علت وجود سرعت سوقی ذرات پلاسما می باشد. در حالی که در مقاله ی [۴] توسط این نظریه ثابت شده است که بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی، ناپایداری این امواج امکان پذیر است. در این مقاله اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت توسط نظریه ی جنبشی بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی مورد بررسی قرار می گیرد و با نتایج حاصل از نظریه ی سیالی مقایسه می شود. پلاسمای مورد بررسی، همگن، همسانگرد، غیربرخوردی و عاری از میدان های خارجی است و تابع توزیع سرعت ذرات در حالت تعادل، ماکسولی فرض می گردد. بار اولیه ی غبار نیز منفی در نظر گرفته می شود. با این فرضیات، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت از طریق محاسبه ی گذرده ی دی الکتریک طولی، مورد بررسی قرار می گیرد.

ساختار این مقاله به این ترتیب است که در بخش ۲، میزان تغییرات بار غبار در اثر وجود اختلال و همچنین رابطه ی پاشندگی محاسبه می شوند. در بخش ۳، رابطه ی پاشندگی امواج غبار-یون-صوت بررسی می گردد و بخش ۴ شامل نتیجه گیری است.

## ۲- افت و خیز بار غبار

در فرآیند باردار شدن ذرات غبار، نوع ذرات احاطه کننده ی غبار حائز اهمیت است. ذراتی که سرعت حرارتی بیش تری دارند، سریع تر به سطح غبار می رسند و باعث می-

شوند که جریان بار های مخالف به سمت غبار جاری شوند، این فرآیند زمانی متوقف می گردد که جریان های ذرات پلاسما با یکدیگر برابر شوند و در نتیجه بار غبار مقدار ثابتی پیدا کند ( $\sum_j I_{j0} = 0$ ) که  $I_{j0}$  جریان تعادلی است).

جریان ذرات پلاسما که به سطح غبار می رسند، از رابطه ی زیر قابل محاسبه است [۵]

$$I = \sum_j q_j \int_{v_j^{\min}}^{\infty} v \sigma_j(q_d, v) f_j(r, v, t) d^3 p \quad (1)$$

که در آن  $m_j$ ،  $q_j$ ،  $f_j(v)$  به ترتیب جرم، بار، سرعت و تابع توزیع ذرات نوع  $j$  پلاسما هستند.  $\sigma_j$  سطح مقطع برخورد ذرات به غبار است و برابر است با

$$\sigma_j(q_d, v) = \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2q_j q_d}{cm_j v^2}\right) \quad (2)$$

که در آن  $a_d$  شعاع،  $q_d$  بار و  $c$  ظرفیت غبار هستند.  $v_j^{\min}$  کمترین مقدار سرعت مورد نیاز ذرات پلاسما برای رسیدن به سطح غبار است. اگر  $q_j \Phi_d < 0$  باشد،  $v_j^{\min} = 0$  است. ولی اگر  $q_j \Phi_d > 0$  باشد،  $v_j^{\min} = \sqrt{2|q_j \Phi_d|/m_j}$  است.  $\Phi_d$  پتانسیل سطح غبار می باشد و از  $\sum_j I_{j0} = 0$  بدست می آید.

اعمال موج تخت با دامنه ی کوچک و با فاز  $e^{i(kx - \omega t)}$  به عنوان اختلال به پلاسمای غباری، سبب تغییر تابع توزیع ذرات  $f_j(v) = f_{j0}(v) + f_{j1}(\vec{r}, v, t)$  و  $f_{j1}$  به ترتیب تابع توزیع تعادلی و اختلالی هستند و سطح مقطع برخورد ذرات به غبار  $\sigma_j(q_d, v) = \sigma_j(q_{d0}, v) + \sigma_j(q_{d1}, v)$  می شود که  $q_{d0}$  بار غبار تعادلی است و متناسب با پتانسیل سطح غبار می باشد ( $q_{d0} = c\Phi_d$ ) و  $q_{d1}$  بار غبار اختلالی است ( $q_{d0} \gg q_{d1}$ ). بنابراین جریان رسیده به سطح غبار هم تغییر می کند  $I = I_0 + I_1$  که  $I_0$  جریان تعادلی است و در پلاسمای یون-الکترون برابر با مجموع جریان یونی  $I_{i0}$  و الکترونی  $I_{e0}$  است ( $I_0 = \sum_j I_{j0} = 0$ ).

به ازای تابع توزیع ماکسولی

$$f_{j0}(v) = \frac{n_{j0}}{(2\pi m_j T_j)^{1.5}} \exp\left(-\frac{m_j v^2}{2T_j}\right) \quad (3)$$

این جریان ها برابر هستند با [۵]

$$\nu_{ch} \equiv - \sum_{j=e,i} \left. \frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d} \right|_{q_{d0}} \quad (11)$$

و به ازای تابع توزیع ماکسولی برابر می‌شود با

$$\nu_{ch} = \frac{e}{c} \left( \frac{I_{e0}}{T_e} + \frac{I_{i0}}{T_i - e\Phi_d} \right) \quad (12)$$

مدت زمانی است که بار غبار به تعادل می‌رسد، قبل از به تعادل رسیدن بار غبار جریان‌های پلاسمایی مختل شده، به سطح غبار می‌رسند و بار غبار افت و خیز می‌کند. ضرایب  $\nu_e$  و  $\nu_i$  نیز به صورت زیر هستند،

$$\nu_j \equiv \int_{\nu_j^{\min}}^{\infty} \nu \sigma_j(q_{d0}, \nu) \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} f_{j0}(\nu) d^3 p \quad (13)$$

برای مطالعه امواج الکتروستاتیک، از تبدیل فوریه‌ی معادله‌ی پواسون با در نظر گرفتن افت و خیز بار غبار استفاده می‌شود [5]

$$k^2 \Phi_1 = 4\pi(en_{i1} - en_{e1} + q_{d0}n_{d1} + q_{d1}n_{d0}) \quad (14)$$

که در آن  $n_{j1}$  اختلال چگالی عددی ذره نوع  $j$  است و از تابع توزیع اختلالی بدست می‌آید

$$n_{j1} = \int f_{j1} d^3 p \quad (15)$$

با استفاده از (14)، (10)، (8)، گذردهی دی الکتریک طولی  $\epsilon^{lo}(\omega, k)$  حاصل می‌شود [5]

$$\epsilon^{lo}(\omega, k) = 1 + \sum_{j=i,e,d} \chi_j - \sum_{j=i,e} \frac{in_{d0}}{\omega + i\nu_{ch}} \frac{\nu_j}{n_{j0} k^2 \lambda_{Dj}^2} = 0 \quad (16)$$

که در آن  $\lambda_{Dj} = \sqrt{T_j / 4\pi m_j e^2}$  طول دمای و  $\chi_j = -4\pi q_j n_{j1} / k^2 \Phi_1$  پذیرفتاری الکتریکی ذره‌ی نوع  $j$  هستند [5]

$$\chi_j = - \frac{4\pi q_j^2 m_j^3}{k^2 T_j} \int \frac{\vec{k} \cdot \vec{v} f_{j0}(\nu)}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} d^3 \nu \quad (17)$$

ضرایب  $\nu_e$  و  $\nu_i$  در محدوده‌ی فرکانسی مختلف قابل محاسبه هستند. بخش حقیقی و موهومی فرکانس نیز با استفاده از رابطه پاشندگی بدست می‌آیند.

### ۳- امواج غبار-یون-صوت

امواج غبار-یون-صوت امواجی هستند که سرعت فازشان کم تر از سرعت حرارتی الکترون‌ها و بیش تر از سرعت حرارتی یون‌ها و ذرات غبار است  $(\nu_{Td}, \nu_{Ti} \ll \omega/k \ll \nu_{Te})$  بنابراین به ازای تابع توزیع

$$I_{i0} = a_d^2 en_{i0} \left( \frac{8\pi T_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 - \frac{eq_{d0}}{cT_i} \right) \quad (4)$$

$$I_{e0} = -a_d^2 en_{e0} \left( \frac{8\pi T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{eq_{d0}}{cT_e}\right) \quad (5)$$

که  $T_j$  و  $n_{j0}$  به ترتیب چگالی عددی و انرژی حرارتی ذره‌ی نوع  $j$  پلاسما هستند. جریان اختلالی  $I_1$  از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید،

$$I_1(\vec{r}, t, q_d) = \sum_{j=e,i} q_j \left( \int_{\nu_j^{\min}}^{\infty} \nu \sigma_j(q_{d1}, \nu) \times f_{j0}(\nu) d^3 p + \int_{\nu_j^{\min}}^{\infty} \nu \sigma_j(q_{d0}, \nu) \times f_{j1}(\vec{r}, \nu, t) d^3 p \right) \quad (6)$$

که  $\nu_i^{\min} = 0$  و  $\nu_e^{\min} = \sqrt{2|e\Phi_d|/m_e}$  هستند و سطح مقطع اختلالی برابر است با

$$\sigma_j(q_{d1}, \nu) = q_{d1} \pi a_d^2 \left( -\frac{2q_j}{cm_j \nu^2} \right) = q_{d1} \left. \frac{\partial \sigma_j(q_d, \nu)}{\partial q_d} \right|_{q_{d0}} \quad (7)$$

با استفاده از معادله‌ی ولاسف، تبدیل فوریه‌ی تابع توزیع اختلالی بدست می‌آید [5]

$$f_{j1}(\vec{k}, \omega, \nu) = \frac{q_j \Phi_1(\vec{k}, \omega)}{T_j} \frac{\vec{k} \cdot \vec{v} f_{j0}(\nu)}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} \quad (8)$$

با استفاده از روابط (1)، (7) و (8) تبدیل فوریه‌ی جریان اختلالی برابر می‌شود با

$$I_1(\vec{k}, \omega, q_d) = e^2 \Phi_1 \sum_{j=i,e} \int_{\nu_j^{\min}}^{\infty} \frac{\nu \sigma_j(q_{d0}, \nu)}{T_j (\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})} \times \vec{k} \cdot \vec{v} f_{j0}(\nu) d^3 p + q_{d1} \sum_{j=i,e} \left. \frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d} \right|_{q_{d0}} \quad (9)$$

با تبدیل فوریه‌ی  $\partial q_d / \partial t = \sum_j I_j$ ، افت و خیز بار غبار  $q_{d1}$  بدست می‌آید

$$q_{d1} = \frac{e^2 \Phi_1}{\nu_{ch} - i\omega} \left( \frac{\nu_i}{T_i} + \frac{\nu_e}{T_e} \right) \quad (10)$$

که در آن فرکانس بارداد شدن ذرات غبار است،

$$\omega_r^2 = \frac{k^2 \lambda_{De}^2 \omega_{pi}^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \quad (27)$$

$$\delta = \delta_L + \delta_f \quad (28)$$

که  $\delta_L$  ناشی از میرایی لاندو

$$\delta_L = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega_r^2}{kv_{Ti}} \quad (29)$$

$$- \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\lambda_{De}^2}{\lambda_{Di}^2} \frac{\omega_r^2}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_r}{kv_{Ti}}\right)^2\right]$$

و  $\delta_f$  ناشی از افت و خیز بار غبار هستند،

$$\delta_f = -\frac{\omega_r^2}{2\omega_{pi}^2} \frac{\beta_e}{k^2 \lambda_{De}^2} + \frac{\beta_i}{2} \quad (30)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{n_{d0}}{n_{e0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \left( \frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} - \alpha \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)$$

اگر شرط  $2\delta_L + \beta_e / (1 + k^2 \lambda_{De}^2) - \beta_i < 0$  برقرار باشد،

امواج غبار-یون-صوت ناپایدار می گردند. به از

$\delta_L \ll \delta_f$ ، این شرط تبدیل به

$$k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/(\alpha n_{e0}) - 1}$$

به صورت  $k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/n_{e0} - 1}$  است. در حد

$k^2 \lambda_{De}^2 \ll 1$ ، جمله ی داخل پرانتز معادله ی (۳۰) برابر

با  $1 - \alpha n_{e0}/n_{i0}$  می شود و در مقاله ی [۴]، این جمله

برابر با  $1 - n_{e0}/n_{i0}$  است. از مقایسه ی آن ها می توان

نتیجه گرفت که ضریب  $\alpha$  تصحیح ناشی از محاسبه از

طریق نظریه ی جنبشی می باشد.

#### ۴- نتیجه گیری

نتایج نشان می دهد که امواج غبار-یون-صوت بر اثر افت

و خیز بار غبار حتی بدون سرعت سوقی هم می توانند

رشد کنند و تفاوت بین نتایج حاصل از نظریه ی جنبشی

با نظریه ی سیالی در ضریب  $\alpha$  می باشد که در نظریه ی

سیالی برابر با ۱ و در نظریه ی جنبشی تابعی از

پارامترهای پلاسما است.

#### مراجع

- [1] R. K. Varma, P. K. Shukla, and V. Krishan, Phys. Rev. E **47**, 3612 (1993)
- [2] M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993)
- [3] F. Li, O. Havnes and F. Melandso, Planet. Space. Sci. **42**, 40 I 407 (1994)
- [4] Hee J. Lee, Journal of the Korean Physical Society, **44**, June (2004)
- [5] P.K. Shukla and A.A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP Publishing Ltd, 2002

ماکسولی،  $\chi_i$  و  $\chi_e$  را می توان محاسبه نمود و به از

شرط  $\omega_{pd} \ll \omega_{pi}$  از  $\chi_d$  می توان صرف نظر کرد [۵]

$$\chi_i = -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad (18)$$

$$+ i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \frac{\omega}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{kv_{Ti}}\right)^2\right]$$

$$\chi_e = \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega}{kv_{Te}} \quad (19)$$

که  $\omega_{pj} = \sqrt{4\pi n_{j0} q_j^2 / m_j}$  و  $v_{Tj} = \sqrt{T_j / m_j}$  به ترتیب

سرعت حرارتی و فرکانس پلاسمایی ذره ی نوع  $j$  هستند.

همچنین  $\nu_i$  و  $\nu_e$  را نیز می توان یافت [۵]

$$\nu_e = -a_d^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}} \exp\left(\frac{e\Phi_{d0}}{T_e}\right) = -\frac{|I_{e0}|}{e} \quad (20)$$

$$\nu_i = \frac{2}{3} \frac{k^2 a_d^2 n_{i0}}{\omega^2} \sqrt{\frac{8\pi T_i^3}{m_i^3}} \left(2 - \frac{e\Phi_{d0}}{T_i}\right) \quad (21)$$

$$= \alpha \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} \frac{|I_{e0}|}{e}$$

که ضریب  $\alpha$  برابر است با

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{(2 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i})}{(1 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i})} \quad (22)$$

بدین ترتیب بخش حقیقی و موهومی گذردهی دی

الکتریک طولی بدست می آیند،

$$\text{Re}\{\varepsilon^{lo}(\omega, k)\} = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad (23)$$

$$\text{Im}\{\varepsilon^{lo}(\omega, k)\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega}{kv_{Te}} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \frac{\omega}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{kv_{Ti}}\right)^2\right] + \frac{1}{\omega} \left( \frac{\beta_e}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\beta_i \omega_{pi}^2}{\omega^2} \right) \quad (24)$$

که ضرایب  $\beta_i$  و  $\beta_e$  برابر هستند با

$$\beta_i \equiv \frac{\omega^2}{\omega_{pi}^2} \frac{n_{d0}}{n_{i0}} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \nu_i = \alpha \frac{n_{d0}}{n_{i0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \quad (25)$$

$$\beta_e \equiv -\left(\frac{n_{d0}}{n_{e0}}\right) \nu_e = \frac{n_{d0}}{n_{e0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \quad (26)$$

با فرض  $\omega = \omega_r + i\delta$ ، قسمت حقیقی و موهومی

فرکانس امواج قابل محاسبه است ( $\omega_r \gg \delta$ )