



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



درهم تنیدگی مگنون با فوتون و کیوبیت ابرسانا در یک کاواک اپتیکی در حضور محیط کر

میثم ستوده خیرآبادی؛ محمد کاظم توسلی

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

meysam.setodeh@stu.yazd.ac.ir, mktavassoly@yazd.ac.ir

چکیده: در این مقاله تولید درهم تنیدگی مگنون-فوتون و مگنون-کیوبیت ابرسانا در یک کاواک اپتیکی و در حضور محیط کر بررسی شده است. با معرفی هامیلتونی و حالت اولیه سامانه، کت حالت وابسته به زمان و هم چنین کت حالت پایای سامانه بدست آمده است. محاسبه سنجه تلاقی به ازای پارامترهای مختلف نشان می دهد که جفت شدگی قوی تر بین میدان و کیوبیت ابرسانا لزوماً به حالتی با میزان درهم تنیدگی بالاتر منجر نمی شود و هم چنین مرگ لحظه ای و احیای درهم تنیدگی مشاهده می شود. بیشینه درهم تنیدگی حالت پایا با جفت شدگی های میدان-مگنون و میدان-کیوبیت برابر قابل دسترس است.

کلید واژه: اثر کر اپتیکی، درهم تنیدگی حالت پایا، مگنون.

Entanglement of magnon with photon and superconducting qubit in an optical cavity in the presence of Kerr medium

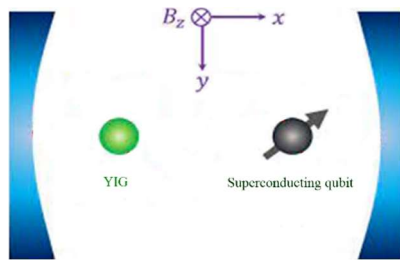
Meysam Setodeh Kheirabady and Mohammad Kazem Tavassoly

Laser and Optics Group, Faculty of Physics, Yazd University

meysam.setodeh@stu.yazd.ac.ir, mktavassoly@yazd.ac.ir

Abstract: In this paper, the generation of magnon-photon and magnon-superconducting qubit entanglement in an optical cavity and in the presence of Kerr medium have been investigated. By introducing the Hamiltonian and initial state of the system, time-dependent state ket, and also the steady-state ket of the system are achieved. Evaluating concurrence with different parameters shows that stronger coupling between the field and the superconducting qubit necessarily does not lead to a state with a higher amount of entanglement and also, sudden death and revival of the entanglement have been observed. With equal field-magnon and field-qubit couplings, the maximally entangled steady state is accessible.

Keywords: Magnon, Optical Kerr effect, Steady state entanglement.



شکل ۱: کاواک اپتیکی تک‌مد شامل یک مگنون و یک کیوبیت ابررسانا.

هامیلتونی یک مگنون در برهم‌کنش با میدان کوانتیده تک‌مد و با ضریب جفت‌شدگی g_m در تقریب موج چرخان به صورت زیر معرفی می‌شود ($\hbar=1$) [۷]:

$$\hat{H}_{am} = g_m (\hat{m}^\dagger \hat{a} + \hat{m} \hat{a}^\dagger). \quad (۱)$$

در مورد برهم‌کنش کیوبیت ابررسانا (با بسامد ω_q) با میدان کوانتیده تک‌مد و با ضریب جفت‌شدگی g_q نیز رابطه‌ای مشابه رابطه (۱) داریم که به صورت زیر است [۸]:

$$\hat{H}_{aq} = g_q (\hat{q}^\dagger \hat{a} + \hat{q} \hat{a}^\dagger). \quad (۲)$$

قابلیت تنظیم‌پذیری و جفت‌شدگی قابل ملاحظه با میدان‌های کوانتیده از ویژگی‌های مهم مگنون‌ها و کیوبیت‌های ابررسانا می‌باشد که استفاده از آن‌ها را تسهیل کرده است. در نهایت، با در نظر گرفتن اثر محیط کِر با ضریب χ ، هامیلتونی کل سامانه در تقریب موج چرخان به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\hat{H}_{total} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m} + \omega_q \hat{q}^\dagger \hat{q} + \chi \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{H}_{am} + \hat{H}_{aq}. \quad (۳)$$

در مدل در نظر گرفته شده، جفت‌شدگی مستقیم بین مگنون و کیوبیت ابررسانا در نظر گرفته نشده که از نظر تجربی کاملاً امکان‌پذیر است [۹]. حال پایداری عدد برانگیختگی کل را بررسی می‌کنیم. عملگر تعداد کل سامانه به صورت $\hat{N} = \sum_{\hat{o}=\hat{a}, \hat{m}, \hat{q}} \hat{o}^\dagger \hat{o}$ می‌باشد. به سادگی می‌توان نشان داد که جابجایی $\hat{N}$ و $\hat{H}_{total}$ صفر می‌شود و این به این معنی است که عدد برانگیختگی کل پایسته است و این ما را قادر می‌سازد تا از پایه‌هایی استفاده کنیم که این پایداری را دارند. مجموعه پایه‌های انتخابی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

مقدمه

امروزه درهم‌تنیدگی‌های چندجزئی ماکروسکوپی به دلیل ویژگی‌های منحصر به فردی که دارند، بخش مهمی از آزمایش‌های اطلاعات کوانتومی و رمزنگاری کوانتومی هستند [۱]. ایجاد سامانه‌های مقاوم در برابر اتلاف و اثرات محیطی همواره بخش مهمی از مطالعات تجربی و نظری بوده است. در این رابطه استفاده از سامانه‌های ماکروسکوپی یکی از گزینه‌های مناسب برای غلبه بر اتلاف است [۲]. به عنوان مثال ماده فرومغناطیسی ساخته شده از ایتريوم، آهن و گارنت (ترکیبی از سیلیکات‌ها)، که مگنون خوانده می‌شود به واسطه رفتار مشابه اسپین آن‌ها امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۳]. از ویژگی‌های منحصر به فرد مگنون‌ها می‌توان به نیمه‌عمر و قابلیت تنظیم‌پذیری بالای آن‌ها اشاره کرد [۴] که هر دو ویژگی مورد نیاز فیزیک تجربی می‌باشد. علاوه بر این، مگنون‌ها می‌توانند به صورت همدوس، اطلاعات کوانتومی را با دیگر کاندیداهای بیت‌های کوانتومی مانند فوتون‌ها و یا کیوبیت‌های ابررسانا تبادل کنند [۵]. هم‌چنین، مگنون‌ها می‌توانند اثرات غیرخطی محیط کِر را نیز القا کنند [۶]. در این مقاله درهم‌تنیدگی بین یک مگنون با میدان کوانتیده تک‌مد و یک کیوبیت ابررسانا را با در نظر گرفتن محیط کِر بررسی کرده‌ایم.

مدل سامانه و اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی

سامانه مورد مطالعه از یک کاواک اپتیکی تک‌مد با بسامد ω_c تشکیل شده است که این کاواک اپتیکی شامل یک مگنون و یک کیوبیت ابررسانا می‌باشد. مدل در نظر گرفته شده در شکل ۱ نمایش داده شده است. هامیلتونی مگنون در حضور یک میدان مغناطیسی به صورت $\hat{H}_m = g \mu_B B_z \hat{S}_z$ نوشته می‌شود. g ثابت ژیرومغناطیسی، μ_B مگنتون بوهر، $\hat{S}_z$ و B_z به ترتیب مولفه z اسپین مگنون و میدان مغناطیسی هستند. با استفاده از تبدیل هولشتاین-پریماکوف [۷] می‌توان $\hat{H}_m$ را با عملگرهای بوزونی $\hat{m}$ و $\hat{m}^\dagger$ به صورت $\omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m}$ نوشت که ω_m بسامد مگنون است.

$$|\psi(t)\rangle = (C_1 \ C_2 \ C_3)^T, \quad (9)$$

$$C_i = ac_{i1} + bc_{i2} + cc_{i3}, \quad i = 1, 2, 3.$$

با استفاده از $|\psi(t)\rangle$ ماتریس چگالی سامانه را می‌نویسیم:

$$\hat{\rho} = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|. \quad (10)$$

با ردگیری مناسب می‌توان ماتریس چگالی کاهش یافته برای مگنون-فوتون ($\hat{\rho}_{fm}$) و مگنون-کیوبیت ($\hat{\rho}_{mq}$) را به صورت زیر بدست آورد:

$$\hat{\rho}_{fm} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |C_1|^2 & C_1 C_2^* & 0 \\ 0 & C_2 C_1^* & |C_2|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |C_3|^2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\hat{\rho}_{mq} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |C_2|^2 & C_2 C_3^* & 0 \\ 0 & C_3 C_2^* & |C_3|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |C_1|^2 \end{pmatrix}.$$

حال می‌خواهیم میزان درهم‌تنیدگی‌های ممکن در سامانه را بررسی کنیم. برای این کار از سنج تلافی استفاده می‌کنیم. سنج تلافی با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$C(t) = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}), \quad (12)$$

که در این رابطه $\lambda_i (i=1, \dots, 4)$ ویژه‌مقادیر ماتریس زیر هستند، که به ترتیب کاهشی نوشته شده‌اند:

$$\hat{\rho}(\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y) \hat{\rho}^*(\hat{\sigma}_y \otimes \hat{\sigma}_y), \quad (13)$$

که $\hat{\sigma}_y$ ماتریس پائولی می‌باشد.

درهم‌تنیدگی دیگر در رابطه با سامانه در نظر گرفته شده، درهم‌تنیدگی حالت پایا می‌باشد که در ادامه به محاسبه آن می‌پردازیم. برای این منظور هامیلتونی معرفی شده در رابطه (۶) و $\chi = 0$ را در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان، حالت پایای سامانه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$|\psi_s\rangle = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}|n, 1, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}|n, 0, 1\rangle. \quad (14)$$

با بررسی رابطه (۱۴) درمی‌یابیم که در حالت پایا، تنها بین مگنون و کیوبیت ابررسانا درهم‌تنیدگی وجود دارد و حالت میدان جداپذیر است. میزان درهم‌تنیدگی حالت پایا بین

$$\{|cavity, magnon, qubit\rangle\} = \{|n+1, 0, 0\rangle, |n, 1, 0\rangle, |n, 0, 1\rangle\}. \quad (4)$$

با یک تبدیل یکانی به صورت $\hat{R}(t) = e^{i\hat{H}_0 t}$ (که $\hat{H}_0$ هامیلتونی آزاد سامانه است) و با در نظر گرفتن شرایط تشدید بین مگنون، میدان و کیوبیت ابررسانا ($\omega_c = \omega_q = \omega_m$)، هامیلتونی سامانه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{H}_1 = \chi \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} + \hat{H}_{am} + \hat{H}_{aq}. \quad (5)$$

با استفاده از پایه‌های معرفی شده در رابطه (۴) و حذف عناصر قطری یکسان (که نهایتاً یک فاز کلی ایجاد می‌کنند [۱۰]) به هامیلتونی زیر می‌رسیم:

$$\hat{H}_2 = \begin{pmatrix} \chi & g_m \sqrt{n+1} & g_q \sqrt{n+1} \\ g_m \sqrt{n+1} & -\chi & 0 \\ g_q \sqrt{n+1} & 0 & -\chi \end{pmatrix}. \quad (6)$$

با توجه به هامیلتونی اخیر، ماتریس تحول زمانی سامانه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{H}_2 t} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix},$$

$$c_{11} = \cos \Omega \tau - \frac{i \beta \sin \Omega \tau}{\Omega},$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{1}{\alpha} c_{13} = \frac{1}{\alpha} c_{31} = -\frac{i \sqrt{n+1} \sin \Omega \tau}{\Omega},$$

$$c_{22} = \frac{e^{i \beta \tau} \alpha^2 + \cos \Omega \tau + \frac{i \beta \sin \Omega \tau}{\Omega}}{1 + \alpha^2}, \quad (7)$$

$$c_{23} = c_{32} = \frac{\alpha(-\cos \beta \tau + \cos \Omega \tau - i(\sin \beta \tau - \frac{\beta \sin \Omega \tau}{\Omega}))}{1 + \alpha^2},$$

$$c_{33} = \frac{e^{i \beta \tau} + \alpha^2(\cos \Omega \tau + \frac{i \beta \sin \Omega \tau}{\Omega})}{1 + \alpha^2},$$

$$\Omega = \sqrt{(n+1)(1+\alpha^2) + \beta^2}, \quad \beta = \frac{\chi}{g_m}, \quad \alpha = \frac{g_q}{g_m}, \quad \tau = g_m t.$$

که τ زمان مقیاس شده می‌باشد. با استفاده از نمایش ماتریسی پایه‌های معرفی شده در (۴)، حالت اولیه بهنجار سامانه را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\psi(0)\rangle = (a \ b \ c)^T, \quad \sum_{\ell=a,b,c} |\ell|^2 = 1. \quad (8)$$

بنابراین کت حالت وابسته به زمان سامانه با کُنش ماتریس تحول زمانی روی حالت اولیه (۸) بدست می‌آید:

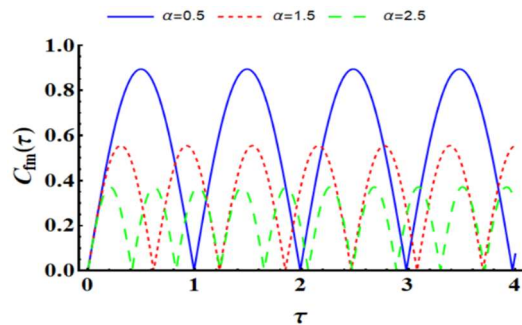
بحث و نتیجه گیری

در این بخش به تجزیه و تحلیل نتایج عددی می پردازیم. شکل ۲ میزان درهم تنیدگی بین مگنون و فوتون را به ازای سه مقدار متفاوت α (جفت شدگی نسبی مگنون-کیوبیت) نشان می دهد. مشاهده می کنیم که افزایش α ، باعث کاهش درهم تنیدگی و همچنین تغییر دوره تناوب مرگ و احیای آن می شود. برای بررسی اثر محیط کر، شکل ۳ به ازای $\alpha = 0.5$ و سه مقدار متفاوت β (نسبت ضریب محیط کر به جفت شدگی مگنون-فوتون) رسم شده است. به ازای $\beta = 1$ و در بازه هایی از زمان می توان به درهم تنیدگی پایدار رسید. شکل ۴ برای بررسی اثر محیط کر بر درهم تنیدگی $C_{mq}(\tau)$ رسم شده است. با کاهش β ، میزان درهم تنیدگی افزایش می یابد و همچنین نوسانات کندتر می شوند. شکل ۵ درهم تنیدگی حالت پایا برحسب α را نشان می دهد. مشاهده می کنیم که در این حالت بیشینه درهم تنیدگی C_{mq} به ازای $\alpha \approx 1$ قابل دسترس می باشد. همچنین در شکل ۴ (به ازای $\beta = 0$) این حقیقت نشان داده شده است که بیشینه درهم تنیدگی $C_{mq}(\tau)$ در زمان های خاصی به ازای $\alpha = 1$ ($g_m = g_q$) رخ می دهد. علاوه بر این نتیجه می گیریم که مرگ و احیای درهم تنیدگی در همه موارد $C_{mq}(\tau)$ و $C_{fm}(\tau)$ قابل مشاهده است. محیط کر اثر مثبتی بر میزان درهم تنیدگی $C_{mq}(\tau)$ و $C_{fm}(\tau)$ ندارد (برخلاف مرجع [۱۱]) و همچنین جفت شدگی g_q قوی تر لزوماً حالتی با میزان درهم تنیدگی بالاتر را نتیجه نمی دهد.

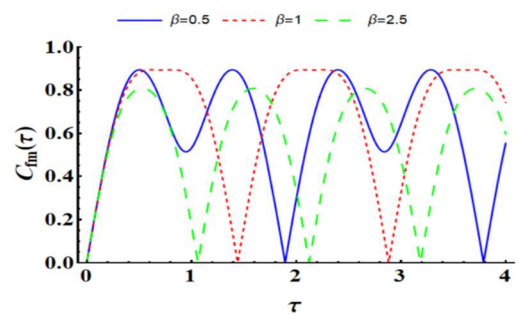
مرجع ها

- [1] M. A. Nielsen, I. L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge University Press, 2th ed. 2000).
- [2] B. Julsgaard, A. Kozhekin, E. S. Polzik, Nature, Vol. 413, pp. 400, 2001.
- [3] Y. Tabuchi, S. Ishino, T. Ishikawa, R. Yamazaki, K. Usami, Y. Nakamura, Phys. Rev. Lett., Vol. 113, pp. 083603, 2014.
- [4] X. Zhang, C. L. Zou, L. Jiang, H. X. Tang, Sci. Adv. Vol. 2, pp. e1501286, 2016.
- [5] O. O. Soykal, M. E. Flatté, Phys. Rev. Lett., Vol. 104, pp. 077202, 2010.
- [6] Y. P. Wang, G. Q. Zhang, D. Zhang, T. F. Li, C. M. Hu, J. Q. You, Phys. Rev. Lett., Vol. 120, pp. 057202, 2018.
- [7] T. Holstein, H. Primakoff, Phys. Rev., Vol. 58, pp. 1098, 1940.
- [8] Z. L. Xiang, S. Ashhab, J. Q. You, F. Nori, Rev. Mod. Phys., Vol. 85, pp. 623, 2013.
- [9] Y. Tabuchi, S. Ishino, A. Noguchi, T. Ishikawa, R. Yamazaki, K. Usami, Y. Nakamura, Science, Vol. 349, pp. 405, 2015.
- [10] D. W. Luo, X. F. Qian, T. Yu, Opt. Lett., Vol. 46, pp. 1073, 2021.
- [11] Z. Dan, Z. Xiao-Ping, Z. Qiang, Chinese Phys. B, Vol. 22, pp. 064206, 2013.

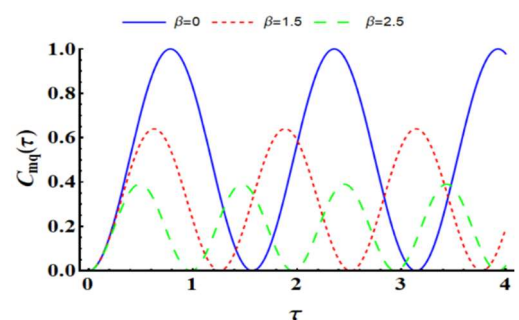
مگنون و کیوبیت نیز با سنجه تلاقی تعیین می شود. در ادامه نمودارهای تلاقی برای درهم تنیدگی های مگنون-فوتون و مگنون-کیوبیت به ازای $a = n = 1$, $b = c = 0$ و بر حسب زمان مقیاس شده $\tau = g_m t$ و همچنین برای حالت پایا برحسب α رسم شده است.



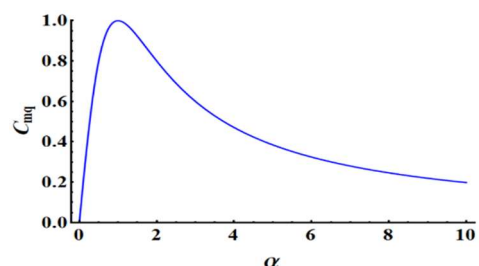
شکل ۲: درهم تنیدگی مگنون-فوتون به ازای $\beta = 0$.



شکل ۳: درهم تنیدگی مگنون-فوتون به ازای $\alpha = 0.5$.



شکل ۴: درهم تنیدگی مگنون-کیوبیت به ازای $\alpha = 1$.



شکل ۵: درهم تنیدگی حالت پایای مگنون-کیوبیت برحسب α .