



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



درهم تنیدگی جفت فوتون در رادارهای چلانیده دو مدی کوانتومی

میلاد نوروزی^{۱*}، سید محمد حسینی^۲، جمیله سیدیزدی^{۳*}، محمد حسین قامت^۴ و میلاد کعبی^۵

^۱گروه فیزیک دانشگاه ولی عصر رفسنجان، miladnorozi136970@gmail.com

^۲گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه sm.hosseiny@urmia.ac.ir

^۴دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، شیراز h.ghamat@gmail.com

^۵گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، شیراز mk5825287@gmail.com

چکیده- درهم تنیدگی، قلب رادار کوانتومی و کلیدی ترین بخش یک رادار چلانیده دو مدی کوانتومی (QTMS)، منبع تولید جفت فوتون درهم تنیده یعنی تقویت کننده پارامتری جوزفسون (JPA) است. با بکارگیری ابزار سنجش درهم تنیدگی در اپتیک کوانتومی، میدان تحقیق متمرکز بر بررسی رفتار درهم تنیدگی خروجی JPA با توجه به دمای محیط رادار QTMS است. با افزایش دما درهم تنیدگی از بین می رود اما با افزایش پارامتر چلانیدگی و حذف زاویه چلانیدگی، درهم تنیدگی در رادار QTMS حفظ می شود.

کلید واژه- جفت فوتون درهم تنیده، چلانیدگی دو مدی، درهم تنیدگی، رادار کوانتومی، همبستگی کوانتومی.

Photon Pair Entanglement in the QTMS Radar

Milad Norouzi^{۱*}, Seyed Mohammad Hosseiny^۲, Jamileh Seyedyazdi^{۳*}, Mohammad Hossein Qamat^۴ and Milad Kabi^۵

^۱گروه فیزیک دانشگاه ولی عصر رفسنجان، miladnorozi136970@gmail.com

miladnorozi136970@gmail.com

^۲گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه sm.hosseiny@urmia.ac.ir

^۴دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، شیراز h.ghamat@gmail.com

^۵گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، شیراز mk5825287@gmail.com

Abstract- Entanglement is the heart of quantum radar and the key component of a quantum two mode squeezed (QTMS) radar, is the entangled photon pair generation source, the Josephson parametric amplifier (JPA). Using entanglement measurement tools in quantum optics, the research field focuses on investigating the entanglement behavior of JPA output with respect to QTMS radar environment temperature. The entanglement disappears by

increasing temperature, but the entanglement is maintained in the QTMS radar by increasing the squeezing parameter and removing the squeezing angle.

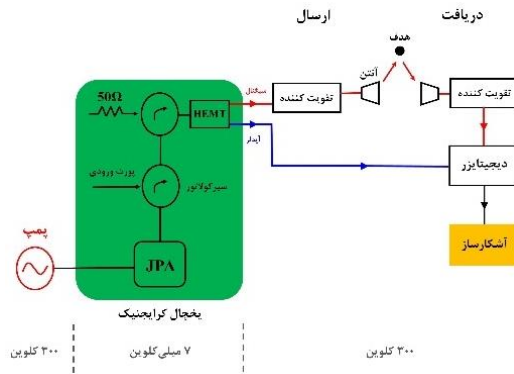
Keywords: Entanglement, Entangled photon pair, Quantum correlation, Quantum radar, Two modes squeezed.

مقدمه

اساس کار یک رادار ساده است: رادارها امواج رادیویی را به سمت اهداف ارسال می‌کنند و اکوی آن را اندازه‌گیری می‌کنند تا حضور یا عدم حضور اهداف را بررسی کنند [۱]. تفاوت بین رادار کلاسیک و کوانتومی در مفاهیمی همچون اصل عدم قطعیت، درهم‌تنیدگی، همبستگی، آمار فوتون، افت و خیزهای خلاء، چلانیدگی، اپتیک کوانتومی و... است که در رادارهای کوانتومی استفاده می‌شود [۹-۱۱]. نمونه‌های اولیه عملیاتی رادارهای کوانتومی توسط پژوهشگران زیادی از جمله برزنجه و همکاران [۱]، بالاجی و همکاران [۸] و ... ارائه شده است. نمونه‌ای از رادار کوانتومی، رادار چلانیده دومی کوانتومی (QTMS) است که منبع درهم‌تنیده آن یک تقویت‌کننده پارامتری جوزفسون (JPA) است. در این کار با استفاده از ابزار سنجش درهم‌تنیدگی، درهم‌تنیدگی خروجی JPA مورد بررسی قرار می‌گیرد.

اساس کار یک رادار QTMS

اساس کار یک رادار QTMS را می‌توان به اختصار بیان کرد [۹-۱۱]: تولید جریانی از جفت فوتون‌های درهم‌تنیده (سیگنال-آیدلر) توسط JPA. بعد از تولید دو سیگنال همبسته، یکی از آن‌ها بعد از تقویت ارسال می‌شود و آیدلر حفظ می‌شود. بعد از دریافت سیگنال در آنتن گیرنده، مچ فیلترینگ بین سیگنال و آیدلر اعمال می‌شود. با استفاده از آشکارساز، حضور یا عدم حضور اهداف قابل استنباط است. طرحواره بلوکی یک رادار QTMS در شکل ۱ طراحی شده است. فرکانس‌های سیگنال و آیدلر به ترتیب برابر ۶/۱۴ و ۷/۵۳ گیگاهرتز است. JPA دارای ابررساناست، لذا درون یخچال رقیق‌ساز هلیومی با دمای ۷ mK قرار می‌گیرد.



شکل ۱: طرحواره بلوکی یک رادار QTMS با منبع JPA.

در حقیقت JPA، سیگنال چلانیده دومی تولید می‌کند. عبارت چلانیدگی در اینجا به حالتی از میدان الکترومغناطیسی اشاره دارد که با کاهش عدم قطعیت در یکی از مؤلفه‌های میدان نسبت به حالت همدوس، عدم قطعیت در مؤلفه دیگر افزایش می‌یابد [۱۰]. به بیان دقیق‌تر، نویز کوانتومی در ترکیبات خطی برخی از کوادراتورها کاهش می‌یابد و در سایر ترکیبات افزایش می‌یابد [۱۳].

ماتریس کوواریانس رادار QTMS

هامیلتونی دو فوتونی دومی برابر است با [۱۰ و ۱۱]:

$$H = i\hbar(ga_1^\dagger a_2^\dagger - g^* a_1 a_2), \quad (1)$$

g ضریب جفت‌شدگی است و a و $a^\dagger$ به ترتیب عملگر نابودی و خلق فوتون هستند. عملگر چلانیدگی دو مدی نیز بصورت زیر بیان می‌شود [۱۰ و ۱۱]:

$$S(\xi) = \exp(-\xi^* a_1 a_2 + \xi a_1^\dagger a_2^\dagger), \quad (2)$$

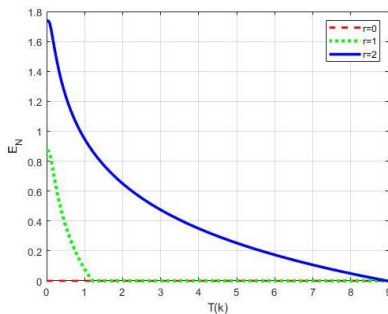
که $\xi = \exp(i\phi)$ یک عدد مختلط اختیاری است. r و ϕ به ترتیب پارامتر چلانیدگی و زاویه چلانیدگی (فاز) محسوب می‌شوند.

$$n_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_i}{k_B T}\right) - 1} \quad (۸)$$

به طوریکه در آن ثابت پلانک، $\hbar$ ثابت بولتزمن، ω_i فرکانس سیگنال و آیدلر $(i=1,2)$ و T دما می باشد.

بحث و نتایج

در شکل ۲، رفتار درهم تنیدگی بر حسب دما برای پارامترهای چلانیدگی مختلف ترسیم شده است. لذا بیان می شود زمانیکه پارامتر چلانیدگی صفر است، درهم تنیدگی نیز کمینه است اما با افزایش پارامتر چلانیدگی، درهم تنیدگی برای دماهای بیشتر افزایش می یابد. یعنی هرچه سیگنال و آیدلر همبسته تر باشند، درهم تنیدگی می تواند در دماهای بیشتر حفظ شود.



شکل ۲: درهم تنیدگی E_n بر حسب دما T با پارامتر r مختلف زمانی که $\phi = 0$.

شکل های ۳ و ۵، بیان می کنند که همیشه باید زاویه چلانیدگی (فاز) در رادارهای QTMS صفر در نظر گرفته شود تا درهم تنیدگی حفظ شود. همچنین در شکل ۴ نشان داده شده با افزایش دما برای حفظ درهم تنیدگی، باید پارامتر چلانیدگی نیز افزایش یابد. لذا مهمترین بخش حفظ درهم تنیدگی در دماهای بالا مانند دمای اتاق، ساخت سیگنال های بسیار همبسته است.

با استفاده از فرمول بیکر-کمبل-هاسدورف (BCH) و با استفاده از بسط توابع سینوس و کسینوس، در نهایت برای $\phi = 0$ ماتریس کوواریانس بصورت زیر خواهد بود [۱۱]:

$$Cov_{sq2}^{\phi=0} = \begin{pmatrix} \cosh 2r & 0 & \sinh 2r & 0 \\ 0 & \cosh 2r & 0 & -\sinh 2r \\ \sinh 2r & 0 & \cosh 2r & 0 \\ 0 & -\sinh 2r & 0 & \cosh 2r \end{pmatrix}, \quad (۳)$$

و برای $\phi \neq 0$ ، داریم [۱-۳]:

$$Cov_{sq2}^{\phi \neq 0} = \begin{pmatrix} \cosh 2r & 0 & \sinh 2r \cos \phi & \sinh 2r \sin \phi \\ 0 & \cosh 2r & \sinh 2r \sin \phi & -\sinh 2r \cos \phi \\ \sinh 2r \cos \phi & \sinh 2r \sin \phi & \cosh 2r & 0 \\ \sinh 2r \sin \phi & -\sinh 2r \cos \phi & 0 & \cosh 2r \end{pmatrix}. \quad (۴)$$

درهم تنیدگی

منفیت لگاریتمی به صورت زیر بیان می شود [۱۲]:

$$E_N = \max[0, -\log(2\eta^-)] \quad (۵)$$

که η^- ویژه مقدار بسیط ترانهاد جزئی ماتریس Cov است و توسط رابطه زیر داده می شود [۱۲]:

$$\eta^- = 2^{-1/2} [C_{11}^2 + C_{33}^2 + 2C_{13}^2 - \sqrt{(C_{11}^2 - C_{33}^2)^2 + 4C_{13}^2(C_{11} + C_{33})^2}]^{1/2}. \quad (۶)$$

که در آن

$$C_{11} = C_{22} = \frac{(1+n_1+n_2)\cosh(2r) + (n_1-n_2)}{2} \quad (۷)$$

$$C_{33} = C_{44} = \frac{(1+n_1+n_2)\cosh(2r) - (n_1-n_2)}{2}$$

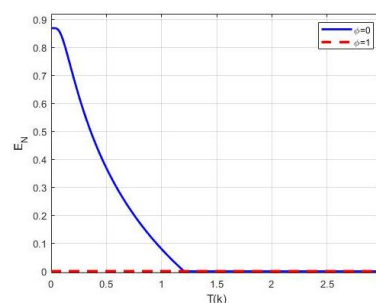
$$C_{13} = -C_{24} = \frac{(1+n_1+n_2)\sinh(2r)\cos\phi}{2}$$

و n_i تعداد فوتون است که به صورت زیر بیان می شود:

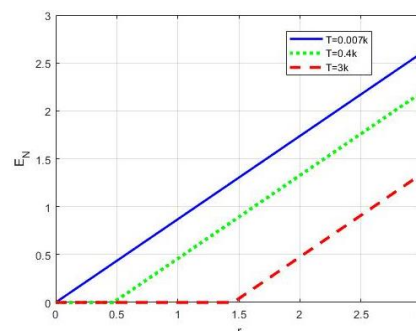
کرد. از نتایج این کار می‌توان در ساخت رادارهای کوانتومی
با بردهای زیاد استفاده کرد.

مرجع‌ها

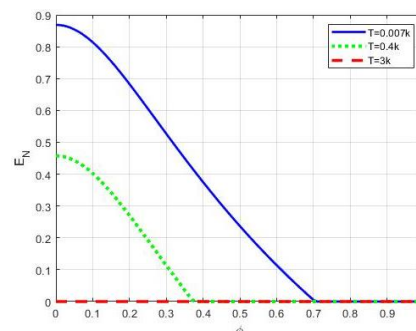
- [۱] D. Luong, C. W. Sandbo Chang, A. M. Vadiraj, A. Damini, C. M. Wilson, and B. Balaji, "Receiver operating characteristics for a prototype quantum two-mode squeezing radar", accepted for publication in *IEEE*, ۲۰۱۹.
- [۲] C. W. Sandbo Chang, A. M. Vadiraj, J. Bourassa, B. Balaji, C. M. Wilson, "Quantum-enhanced noise radar", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. ۱۱۴(۱۱), ۱۱۲۶۰۱ (۲۰۱۸).
- [۳] D. Luong, B. Balaji, C. W. Sandbo Chang, V. M. Ananthapadmanabha Rao, C. Wilson, "Microwave quantum radar: An experimental validation", *2018 International Carnahan Conference on Security Technology (ICCST), Montreal, QC*: ۱-۵, ۲۰۱۸.
- [۴] D. Luong, S. Rajan, B. Balaji, "Entanglement-based quantum radar: From myth to reality", *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, ۳۵(۴), ۲۲-۳۵, (۲۰۲۰).
- [۵] D. Luong, S. Rajan, B. Balaji, "Are quantum radar arrays possible?", ۲۰۱۹ *IEEE International Symposium on Phased Array System & Technology (PAST)*
- [۶] R. Gallego Torrome, N. B. Bekhti-Winkel, and P. Knott, "Introduction of quantum radar". ۲۰۱۹, arXiv:۲۰۰۶.۱۴۲۳۸.
- [۷] S. Barzanjeh, S. Guha, C. Weedbrook, D. Vitali, J. H. Shapiro, S. Pirandola, "Microwave quantum illumination", *Phys. Rev. Lett.*, ۱۱۴ (۸), ۰۸۰۵۰۳ (۲۰۱۵).
- [۸] S. Barzanjeh, S. Pirandola, D. Vitali, J. M. Fink, "Microwave quantum illumination using a digital receiver", *IEEE Radar Conference*, ۱-۶ (۲۰۲۰).
- [۹] M. Lanzagorta, *Quantum Radar Synthesis Lectures on Quantum Computing*, ۱۳۹ pages (۲۰۱۱).
- [۱۰] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press. p ۲۲۳-۲۲۴ (۱۹۹۷).
- [۱۱] X. B. Wang, T. Hiroshima, A. Tomita, M. Hayashi, Quantum information with Gaussian states, *Rhys. Rep.*, ۴۴۸, ۱-۴ (۲۰۰۸).
- [۱۲] S. Barzanjeh, E. S. Redchenko, M. Peruzzo, M. Wulf, D. P. Lewis, G. Arnold, J. M. Fink, Stationary entangled radiation from micromechanical motion, *Nature*, ۵۷۰, ۴۸۰-۴۸۳ (۲۰۱۹).



شکل ۳: درهم‌تنیدگی E_n بر حسب دما T با زاویه چلانیدگی
 ϕ مختلف زمانی که $r=1$.



شکل ۴: درهم‌تنیدگی E_n بر حسب پارامتر چلانیدگی r با
دماهای T مختلف زمانی که $\phi=0$.



شکل ۵: درهم‌تنیدگی E_n بر حسب زاویه چلانیدگی ϕ با دماهای
 T مختلف زمانی که $r=1$.

نتیجه‌گیری

در این کار با استفاده از منفیت لگاریتمی، درهم‌تنیدگی
خروجی JPA یک رادار QTMS بررسی شد. مشاهده شد
که با افزایش دما درهم‌تنیدگی از بین می‌رود. از طرفی با
حذف زاویه چلانیدگی و همچنین با افزایش پارامتر
چلانیدگی می‌توان درهم‌تنیدگی را در دماهای بالا نیز حفظ