



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



کنترل همدوس دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی اتم دو ترازی در یک موجبر کریستال فوتونی

نگار نیکدل یوسفی^۱، علی مرتضی پور^۲

^۱دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت، بلوار نامجو nnikdel@phd.guilan.ac.ir

^۲دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت، بلوار نامجو mortezapour@guilan.ac.ir

چکیده - در این مقاله یک اتم دو ترازی (کیوبیت) واقع در یک موجبر کریستال فوتونی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. فرض می‌کنیم کیوبیت مورد نظر با یک میدان کلاسیکی جفت کننده و مدهای خلاء الکترومغناطیسی موجبر کریستال فوتونی برهمکنش می‌کند. با توجه به قابلیت های مهندسی ساختار موجبر در کنترل انتشار میدان به مطالعه دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی کیوبیت در این ساختار می‌پردازیم. نشان می‌دهیم که با دستکاری شدت میدان جفت کننده و طول اپتیکی موجبر می‌توان دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی سامانه را کنترل نمود.

کلید واژه- اتم دو ترازی، اطلاعات فیشر کوانتومی، طول اپتیکی، موجبر کریستال فوتونی

Coherent control of the dynamics of Quantum fisher information a two-level atom in a photonic crystal waveguide

Negar Nikdel Yousefi^۱, Ali Mortezapour^۲

^{۱,۲}Department of Physics, Faculty of Science, University of Guilan, Rasht, Iran

^۱nnikdel@phd.guilan.ac.ir, ^۲mortezapour@guilan.ac.ir

Abstract- In this paper, we investigate a two-level atom (qubit) located in a photonic crystal waveguide. It is assumed that the qubit interacts with a classical driving coupling field and the vacuum electromagnetic modes of the photonic crystal waveguide. Due to the engineering capabilities of the waveguide in the control of the field propagation, we studied the dynamics of quantum fisher information of qubit in this structure. The results showed that with manipulation in the strength of driving coupling field and the optical length of the waveguide, the dynamics of quantum fisher information is controlled.

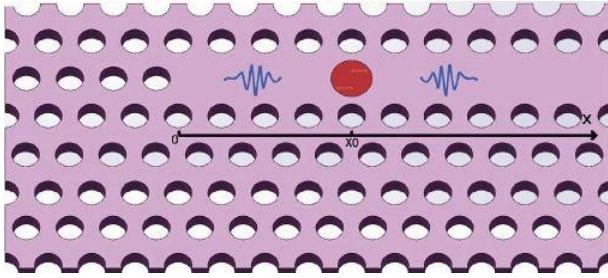
Keywords: Two-level atom, Quantum fisher information, Optical length, Photonic crystal waveguide

مقدمه

نظریه اطلاعات و محاسبات کوانتومی به عنوان پایه اساسی کامپیوترهای کوانتومی محسوب می‌شوند. به طوریکه تکنولوژی آینده کامپیوترها در حوزه‌های مختلفی چون بهینه‌سازی روند دریافت و استخراج اطلاعات، پردازش اطلاعات و امنیت شبکه را در بر گرفته و با سرعت بسیار زیادی در حال پیشرفت می‌باشند. از این رو مبحث سنجش کوانتومی^۱ در سامانه های کوانتومی توسعه یافته از جمله موضوعاتی است که مطالعات بسیاری را در سال‌های اخیر در این حوزه به خود اختصاص داده است. همان‌طور که می‌دانیم دنیای کوانتوم دنیای احتمالات و عدم قطعیت است، بنابراین دقت در اندازه‌گیری اطلاعات و بهینه اطلاعات دریافتی از جنبه های قابل توجه محققان و پژوهشگران در این حوزه و حتی علوم بین رشته‌ای می‌باشد. این علم با به کارگیری سامانه ها و پدیده‌های کوانتومی دقت برآورد در اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی را تا حد ممکن افزایش می‌دهد. از این رو مبحث اطلاعات فیشر کوانتومی به عنوان یک مفهوم مهم در تجزیه و تحلیل موقعیت‌هایی که در آن‌ها حساسیت فازی مطرح می‌باشد بکار می‌رود و نشان داده می‌شود که در سامانه های با ارزش QFI^۲ بیشتر، دقت اندازه‌گیری به مراتب بیشتری گزارش می‌شود [۱]. با توجه به برهم‌کنش سامانه های کوانتومی با محیط و به منظور حفاظت اطلاعات فیشر کوانتومی، ما یک اتم دو تراز (کیوبیت) را در نظر می‌گیریم که توسط یک ساختار موجبر کریستال فوتونی احاطه شده است. با توجه به قابلیت‌های مهندسی این ساختار در کنترل انتشار میدان جفت‌کننده، دینامیک این سامانه دو تراز را در این ساختار بررسی می‌کنیم. در ادامه به معرفی و حل این سامانه در موجبر کریستال فوتونی می‌پردازیم.

معرفی مدل پیشنهادی و حل آن

مطابق شکل ۱ یک موجبر کریستال فوتونی با یک شبکه مثلثی از حفره های هوا در نظر می‌گیریم که در یک بستر دی الکتریک احاطه شده است. به طوریکه این موجبر در نقطه $x = x_0$ با یک اتم دوترازی (کیوبیت) جفت شده‌است. در واقع x_0 مسافت بین کیوبیت و انتهای موجبر می‌باشد.



شکل ۱: مدل فیزیکی سامانه که شامل یک شبکه مثلثی از حفره های هوا در یک دی الکتریک است. موجبر در $x = x_0$ با یک اتم دوترازی (کیوبیت) جفت شده و انتهای موجبر در $x = 0$ واقع شده است.

فرض می‌کنیم اتم دوترازی (کیوبیت) مورد نظر دارای حالت برانگیخته $|a\rangle$ و حالت پایه $|b\rangle$ است که با یک میدان کلاسیکی با بسامد ω_l برهم‌کنش می‌نماید. هامیلتونی کل این سامانه تحت تقریب‌های دو قطبی و موج چرخان به صورت زیر نوشته می‌شود ($\hbar = 1$):

$$\hat{H} = \frac{\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z + \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + (\sum_k g_k \hat{a}_k \hat{\sigma}_+ + \Omega e^{-i\omega_l t} \hat{\sigma}_+ + H.c.), \quad (1)$$

با استفاده از تبدیل یکانی $U = e^{-i\omega_l \hat{\sigma}_z t/2}$ ، هامیلتونی موثر سامانه را به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} &= \hat{H}_I + \hat{H}_{II}, \\ \hat{H}_I &= \frac{\Delta}{2} \hat{\sigma}_z + \Omega \hat{\sigma}_x, \\ \hat{H}_{II} &= \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \sum_k \{g_k \hat{a}_k e^{+i\omega_l t} \hat{\sigma}_+ + H.c.\}, \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $\Delta = \omega_0 - \omega_L$ نامیزانی بین بسامد گذار کیوبیت و میدان کلاسیکی می‌باشد. بعلاوه $g_k = \sqrt{\Gamma \nu / \pi} \text{Sink} x_0$

^۱ Quantum Metrology

Quantum fisher information^۲

$$\dot{C}(t) = -\frac{\Gamma}{8}C(t) + \frac{\Gamma}{8}C(t-t_d)e^{i(2\Omega t_d + \varphi_\ell)}\Theta(t-t_d), \quad (9)$$

که در آن $\Theta(t)$ تابع پله ای می باشد [۲]. با حل عددی معادله (۹) می توانیم $C(t)$ را بدست آوریم. با محاسبه $C(t)$ ، ماتریس چگالی کاهش یافته کیوبیت در پایه های $|A\rangle$ ، $|B\rangle$ به شکل زیر بدست می آید:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \cos^2(\frac{\theta}{2})|C(t)|^2 & \frac{1}{2}\sin(\theta)e^{-i\phi}C(t) \\ \frac{1}{2}\sin(\theta)e^{+i\phi}C(t)^* & 1 - \cos^2(\frac{\theta}{2})|C(t)|^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

اکنون با در دست داشتن ماتریس چگالی کمیت اطلاعات فشر کوانتومی قابل محاسبه است که در بخش بعدی بطور مختصر به آن می پردازیم.

اطلاعات فشر کوانتومی

با توجه به نیاز روز افزون به محاسبات کوانتومی و کنترل سامانه های کوانتومی، توانایی دستیابی به بیشینه اطلاعات نهفته در یک حالت کوانتومی از مهم ترین موضوعات روز علم فیزیک می باشد که توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. از طرفی با توجه به این که نظریه برآورد کوانتومی به دنبال بهترین رهیافت برای تخمین یک یا چند پارامتر تصادفی می باشد، مسئله برآورد کوانتومی به دنبال این است تا با کمک قوانین کوانتومی بیشینه دقت ممکن در تخمین یک پارامتر کوانتومی را ارائه دهد. بطوریکه بر اساس نظریه کرامر-رائو، خطای ممکن در اندازه گیری یک پارامتر تصادفی همواره بزرگتر و یا مساوی عکس اطلاعات فشر کوانتومی است. بنا بر نامساوی کرامر-رائو داریم [۴]:

$$\delta Q_{est} \geq \frac{1}{\sqrt{mF_Q}} \quad (11)$$

در اینجا m تعداد دفعات فرآیند اندازه گیری است. همچنین F_Q اطلاعات فشر کوانتومی است که به صورت $F_Q = \text{Tr}[\rho_Q L_Q^2]$ تعریف می شود که در آن L_Q عملگر مشتق لگاریتمی متقارن می باشد که توسط رابطه $\partial_Q \rho_Q = \frac{1}{2}[L_Q \rho_Q + \rho_Q L_Q]$ مشخص می شود. بنابراین با بکارگیری تجزیه طیفی ماتریس چگالی بصورت

شدت جفت شدگی بین کیوبیت و مد k ام است که در آن Γ نرخ گسیل خودبخودی کیوبیت است.

هامیلتونین موثر این سامانه در ویژه حالت های پوشیده

$$\begin{aligned} |A\rangle &= \sin\frac{\eta}{2}|b\rangle + \cos\frac{\eta}{2}|a\rangle, \\ |B\rangle &= \cos\frac{\eta}{2}|b\rangle - \sin\frac{\eta}{2}|a\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

به صورت زیر نوشته می شود [۳]:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{\omega_D}{2}\hat{\chi}_z + \sum_k \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \quad (4)$$

$$\cos^2(\frac{\eta}{2}) \sum_k \{g_k \hat{a}_k \hat{\chi}_+ e^{+i\omega_k t} + H.c.\}.$$

که در آن $\omega_D = \sqrt{\Delta^2 + 4\Omega^2}$ و $\eta = \text{Arc tan}[2\Omega/\Delta]$ بسامد گذار کیوبیت در ویژه حالت های پوشیده است. همچنین $\hat{\chi}_z = |A\rangle\langle A| - |B\rangle\langle B|$ ماتریس پائولی و $\hat{\chi}_+ = |A\rangle\langle B|$ ، $\hat{\chi}_- = |B\rangle\langle A|$ عملگرهای بالابرنده و پایین برنده جدید هستند.

فرض می کنیم در مبدا زمان، کیوبیت مورد نظر در یک برهم نهی همدوس از حالت های اولیه خویش و همچنین مدهای کاواک در حالت خلا $|0\rangle$ باشند:

$$|\Psi(0)\rangle = (\cos(\theta/2)|A\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|B\rangle)|0\rangle_R \quad (5)$$

در چنین شرایطی بردار حالت کل سامانه در لحظه دلخواه t به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \cos(\theta/2)C(t)|A\rangle|0\rangle_R + \\ &e^{i\phi}\sin(\theta/2)|B\rangle|0\rangle_R + \cos(\theta/2)\sum_k C_k(t)|B\rangle|1_k\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

حال با جایگذاری معادله بالا در معادله شرودینگر، معادله دیفرانسیل زیر را برای دامنه ی احتمال $C(t)$ بدست می آوریم:

$$\dot{C}(t) + \cos^4(\frac{\eta}{2}) \int_0^t F(t,t')C(t')dt' = 0, \quad (7)$$

بطوریکه $F(t-t') = \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_D - \omega_k)(t-t')}$ تابع

همبستگی می باشد که در آن تابع چگالی طیفی بصورت

$$J(\omega - \omega_0) = \frac{\Gamma}{4\pi} \sin^2[\frac{t_d}{2}(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_\ell}{2}] \quad (8)$$

که متناسب با $|g_k|^2$ می باشد. که در آن t_d زمان حافظه و φ_ℓ طول اپتیکی موجبر می باشد [۲]. بنابراین با جایگذاری رابطه (۸) در (۷) داریم:

شدت میدان جفت کننده به ازای مقادیر مختلف φ_ℓ متفاوت است. ملاحظه می‌کنیم در وضعیت $\varphi_\ell = \pi/2$ ، اعمال و تغییر بسامد رابی تاثیر چندانی بر دینامیک F_ϕ و از این رو تخمین پارامتر ϕ ندارد. اما در مورد $\varphi_\ell = \pi$ پیداست که اعمال میدان کلاسیکی و افزایش شدت آن تاثیر به سزایی در حفظ F_ϕ و در نتیجه بهبود تخمین پارامتر ϕ در زمان‌های بزرگتر دارد. در مورد $\varphi_\ell = 3\pi/2$ وجود میدان کلاسیکی تاثیرگذار است اما افزایش مداوم شدت آن لزوماً بهترین نتیجه را دربر نخواهد داشت. همچنین در وضعیت $\varphi_\ell = 2\pi$ ، اعمال میدان کلاسیکی و تغییر شدت آن نتیجه تخمین را بدتر می‌کند.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق مشاهده نمودیم که با دستکاری شدت میدان کلاسیکی اعمال شده به کیوبیت قرار گرفته در موجبر کریستال فوتونی، می‌توان دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی مرتبط با پارامتر فاز اولیه در بردار حالت کیوبیت را کنترل نمود. از این حیث با توجه به طول اپتیکی موجبر و تعیین یک شدت (بسامد رابی مشخص) برای میدان کلاسیکی می‌توان دقت در تخمین کوانتومی این پارامتر را بهبود بخشید.

مرجع‌ها

- [۱] Jiang, Z., "Quantum Fisher information for states in exponential form." Physical Review A, Vol. ۸۹, pp. 032128, (۲۰۱۴).
- [۲] Wang, J., Wu, Y., Guo, N., Xing, Z. Y., Qin, Y., & Wang, P. "Classical-driving-assisted entanglement trapping in photonic-crystal waveguides." Optics Communications, Vol. ۴۲۰, pp. ۱۸۳-۱۸۸, (۲۰۱۸).
- [۳] Mortezaipoor, A., Nourmandipour, A., & Gholipour, H. "The effect of classical driving field on the spectrum of a qubit and entanglement swapping inside dissipative cavities." Quantum Information Processing, Vol. ۱۹, pp. ۱-۱۶, (۲۰۲۰).
- [۴] Ren, Y.K., Wang, X.L. and Zeng, H.S., "Protection of quantum Fisher information for multiple phases in open quantum systems". Quantum Information Processing, Vol. ۱۷, pp. ۱-۱۶, (۲۰۱۸).

$\rho_Q = \sum_n \lambda_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$. تعریف کلی اطلاعات فیشر کوانتومی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود

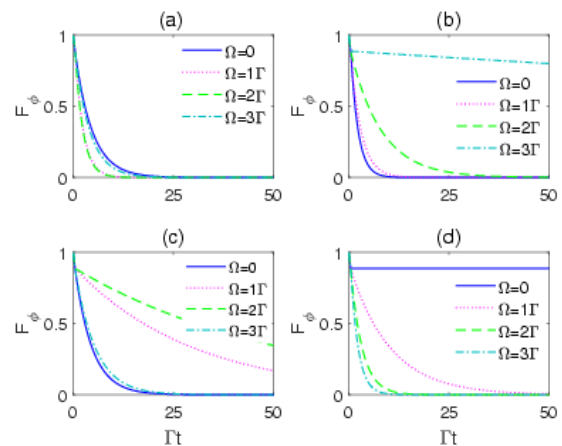
$$(12)$$

$$F_Q = \sum_n \frac{(\partial_Q \lambda_n)^2}{\lambda_n} + 2 \sum_{n \neq m} \frac{(\lambda_n - \lambda_m)^2}{\lambda_n + \lambda_m} \left| \langle \psi_n | \partial_Q \psi_m \rangle \right|^2$$

در تساوی بالا، اولین و دومین جمله شامل جمع بر روی همه مقادیر که در آن $\lambda_n \neq 0$ و $\lambda_n + \lambda_m \neq 0$ است [۱، ۴]. با توجه به رابطه (۱۱) دقت در تخمین پارامتر تصادفی Q را می‌توان با افزایش اطلاعات فیشر کوانتومی مرتبط با آن افزایش داد.

بحث و بررسی

در این بخش به دنبال این هستیم تا دریابیم چگونه می‌توانیم با تغییر شدت میدان کلاسیکی، دقت در تخمین پارامتر فاز اولیه ϕ در بردار حالت کیوبیت را افزایش دهیم.



شکل ۲: تحول زمانی F_ϕ به ازای شدت‌های میدان لیزری جفت کننده Ω (a) $\varphi_\ell = \pi/2$, (b) $\varphi_\ell = \pi$ (c) $\varphi_\ell = 3\pi/2$, (d) $\varphi_\ell = 2\pi$ مقادیر پارامترهای اولیه بصورت $\theta = \pi/2$, $t_d = 0.5$, $\phi = \pi/4$ ، در نظر گرفته می‌شود.

از این رو در شکل ۲ تاثیر بسامد رابی میدان کلاسیکی (Ω) را بر تحول زمانی اطلاعات فیشر کوانتومی پارامتر ϕ (به ازای موجبرهایی با طول‌های مختلف به نمایش می‌گذاریم) به ازای مقادیر مختلف بسامد رابی میدان کلاسیکی (Ω)، آنچه که بوضوح مشاهده می‌شود این است که تاثیر