



بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۶-۱۵ بهمن ۱۳۹۸



اثر عمق و ابعاد شکاف بر الگوی شدت در آزمایش دوشکاف یانگ

محمد عباسی، مجتبی گلشانی، مصطفی معتمدی‌فر
دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

mohammad.abbasi390@gmail.com

چکیده

در اکثر بررسی‌های مربوط به تداخل و پراش مربوط به روزنه‌ها، از تأثیر عمق شکاف بر الگوی شدت روی پرده صرف‌نظر می‌شود. در این مقاله، در حالی که بررسی اثر عمق (ضخامت) روزنه روی طرح پراش در آزمایش دوشکافی یانگ می‌پردازیم که خود روزنه به عنوان یک موجبر در نظر گرفته می‌شود. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در تابش عمود، الگوی شدت متقارن بوده اما نسبت به الگوی تقریبی حاصل از روزنه بسیار نازک دارای قله کمتر و پهنای بیشتر است. علاوه بر این، بررسی انجام شده برای تابش مایل نشان می‌دهد که پوش مربوط به طرح تداخلی با توجه به عمق و ابعاد شکاف‌ها می‌تواند بسیار متفاوت و دارای دو یا چند قله در مکان‌های مختلف روی پرده باشد.

کلید واژه- تداخل دوشکافی، پراش فرانیهوفر، عمق و پهنای شکاف

Impact of aperture thickness and width on the intensity pattern in Young's double-slit experiment

M. Abbasi, M. Golshani, M. Motamedifar

Faculty of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

Abstract- In most theoretical studies on the interference and diffraction of light, impact of aperture thickness on the intensity pattern is ignored. In this paper, by considering the aperture as an optical waveguide, we investigate the intensity pattern of Young's double-slit experiment for the apertures with finite thickness. Our results show that, in the case of normal incidence, the intensity pattern is symmetric and its peak and width are respectively smaller and wider than the pattern for the case of zero-thickness apertures. Moreover, our studies show that, based on the aperture thickness and width, interference pattern can be very different, when aperture illuminated by oblique radiation.

Keywords: Double-slit interference, Fraunhofer diffraction pattern, Aperture thickness and width.

مقدمه

پدیده پراش یکی از جنبه‌های موجی اجتناب‌ناپذیر نور است که از چندین قرن پیش شناخته شده است [۲،۱]. در توصیف کمی این پدیده، معمولاً از اصل هویگنس-فرنل (انتگرال فرنل-کیرشهف) استفاده می‌شود [۲،۱]. پراش فرانیهوفر یک تقریب از انتگرال فرنل-کیرشهف است که وقتی نقطه مشاهده در فاصله زیاد از روزنه و بسیار نزدیک محور نوری است، معتبر می‌باشد [۲]. در اکثر بررسی‌های تئوری صورت گرفته تاکنون، از اثر عمق شکاف بر الگوی پراش صرف‌نظر شده است [۱]. اخیراً نویسندگان این مقاله اثر عمق شکاف را بر الگوی پراش یک روزنه مستطیلی و دایره‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند [۳]. در حقیقت روزنه به عنوان یک موجبر برای پرتو نور ورودی عمل می‌کند و باعث ایجاد تفاوت بین نور ورودی به روزنه و نور خروجی از آن می‌گردد. به عبارت دیگر، نور ورودی برخی از مدهای روزنه را تحریک کرده و نور خروجی از روزنه برهم‌نهی خطی از مدهای منتشر شده در امتداد روزنه است که، به دلیل اختلاف فاز ناشی از انتشار بین مدهای مختلف، می‌تواند متفاوت از نور ورودی باشد. الگوی پراش فرانیهوفر روی پرده تبدیل فوری به نور خروجی از روزنه است. اگر ضخامت روزنه در مقایسه با طول موج بسیار کم باشد امواج ورودی و خروجی شبیه یکدیگر و در نتیجه الگوی پراش ناشی از نور خروجی از روزنه بسیار نزدیک الگوی پراش روزنه در تقریب عمق صفر است. اما اگر ضخامت روزنه در مرتبه طول موج یا بزرگ‌تر از آن باشد، نور ورودی و خروجی از شکاف می‌تواند کاملاً متفاوت باشد و در نتیجه الگوی پراش روزنه واقعی متفاوت از الگوی پراش روزنه در تقریب عمق صفر خواهد بود [۳]. در این مقاله، اثر عمق روزنه بر الگوی شدت نور در حالت دو شکاف مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در این شرایط، علاوه بر اثرات مربوط به پراش، تداخل بین نور خروجی از دو شکاف نیز می‌تواند در الگوی ثبت شده روی پرده تأثیرگذار باشد.

تئوری مسئله

برای بررسی اثر عمق روزنه بر الگوی شدت نور در آزمایش دوشکافی، آرایش نشان داده شده در شکل (۱) را که شامل دو روزنه مستطیلی ساده که طول آن بسیار بزرگتر از عرض آن است،

در نظر می‌گیریم. فرض بر این است که یک موج تخت مایل به شکل $U(x', 0) = U_0 \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda} x' \sin(\theta)\right)$ به دو روزنه وارد می‌شود، که در آن U_0 دامنه میدان، λ طول موج و θ زاویه فرود نور است. با محاسبه مدهای روزنه و بررسی انتشار نور در آن و با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهف در تقریب فرانیهوفر می‌توان نشان داد که شدت نور روی پرده به صورت زیر است [۴]:

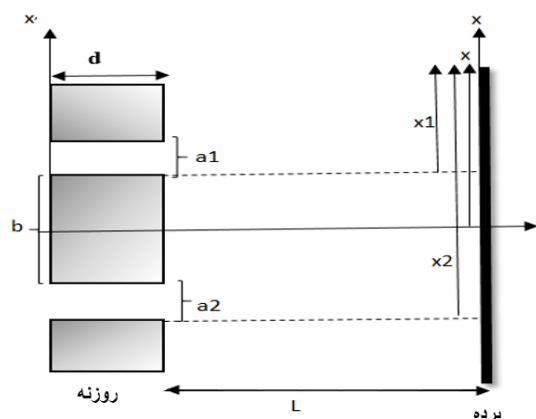
$$I(x, L + d) = |u(x_1, a_1)|^2 + |u(x_2, a_2)|^2 + 2|u(x_1, a_1)u(x_2, a_2)| \cos(\delta) \quad (1)$$

که در آن:

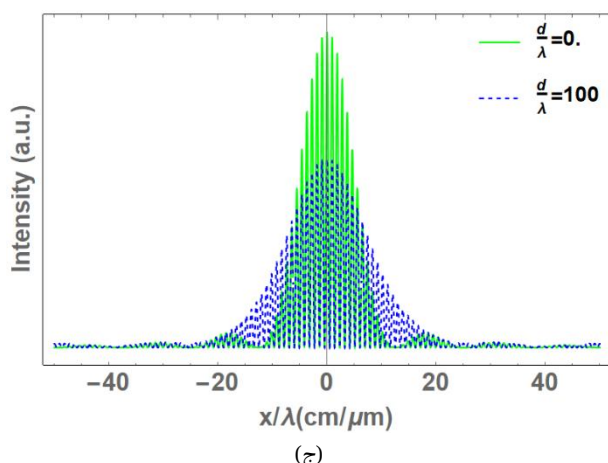
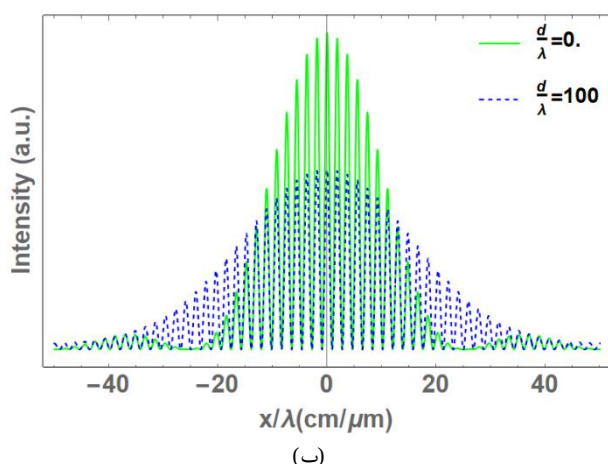
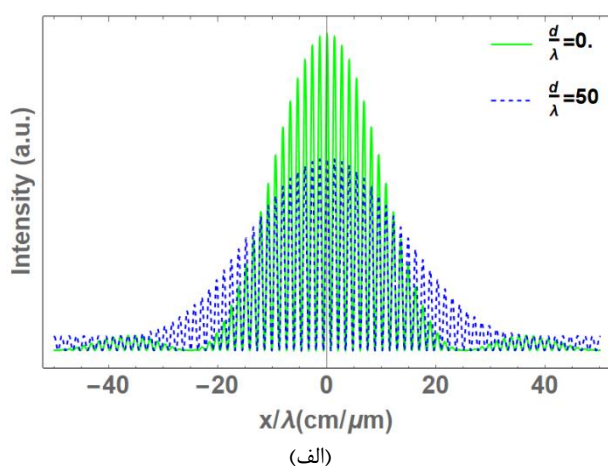
$$u(x, a) = \frac{8aU_0}{i\pi^2\lambda L} \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda}\left(2L + \frac{x^2}{L} - \frac{ax}{L} + a \sin(\theta)\right)\right) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 e^{i\beta_n(a)d} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi ax}{\lambda L}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi a \sin(\theta)}{\lambda}\right)}{\left(n^2 - \left(\frac{2ax}{\lambda L}\right)^2\right) \left(n^2 - \left(\frac{2a \sin(\theta)}{\lambda}\right)^2\right)} \quad (2)$$

می‌باشد [۳]. در این روابط a_1 ، a_2 ، d و L به ترتیب عرض روزنه اول و دوم، عمق شکاف و فاصله بین قسمت جلوی روزنه تا پرده است. همچنین $x_1 = x - b/2$ و $x_2 = x + a_2 + b/2$ فاصله عمودی هر شکاف تا نقطه مشاهده روی پرده می‌باشد. علاوه بر این $\delta = 2\pi b/\lambda(x/L - \sin(\theta))$ اختلاف فاز

بین امواج رسیده از دو شکاف و $\beta_n(a) = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$ ثابت انتشار مد n ام روزنه با عرض a است که به ازاء $n \leq 2a/\lambda$ حقیقی و مد هدایتی، و برای $n > 2a/\lambda$ موهومی محض و مد غیرهدایتی است [۳].



شکل ۱ - دوشکاف با عرض‌های a_1 و a_2 و عمق d که در فاصله b از یکدیگر و در فاصله L از پرده قرار دارند.



شکل ۲- الگوی شدت مربوط به آزمایش دو شکافی یانگ در حالت تابش عمود به برای مقادیر (الف) $a_1 = 4\lambda, a_2 = 4\lambda, b = 70\lambda, \theta = 0$ (ب) $a_1 = 4\lambda, a_2 = 4\lambda, b = 100\lambda, \theta = 0$ و (ج) $a_1 = 8\lambda, a_2 = 8\lambda, b = 100\lambda, \theta = 0$

طبق رابطه (۲) مربوط به الگوی پراش هر شکاف، وجود اختلاف فاز $e^{i|\beta_n(a)|d}$ بین مدهای هدایتی و ضریب تضعیف $e^{-|\beta_n(a)|d}$ در مدهای غیرهدایتی (که ناشی از غیرصفر بودن عمق شکاف $d \neq 0$ است) عامل تفاوت بین نور ورودی به هر روزنه و نور خروجی از آن می‌باشد. بنابراین الگوی پراش در تقریب فرانیهوفر که تبدیل فوریه نور خروجی از شکاف است، به عمق شکاف وابسته خواهد بود. علاوه بر این، اختلاف فاز δ ناشی از اختلاف راه نور رسیده از دو شکاف، می‌تواند باعث ایجاد نوارهای تداخلی در الگوی پراش گردد.

نتایج عددی

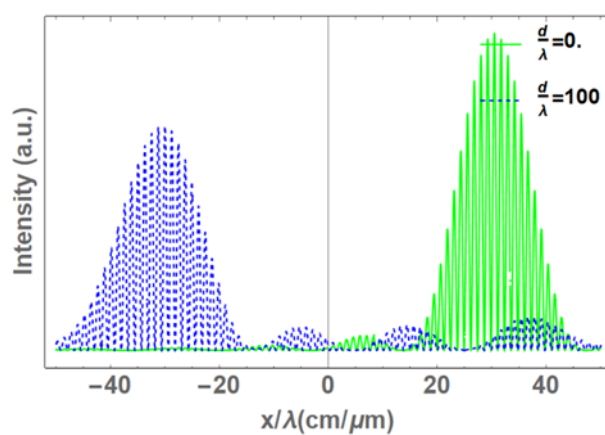
به منظور بررسی اثر عمق شکاف بر الگوی تداخل در آزمایش دوشکافی، الگوی شدت مربوط به رابطه (۱) به ازاء مقادیر مختلفی از پهنا و عمق شکاف در تابش عمود ($\theta = 0$) و مایل ($\theta \neq 0$) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج عددی بدست آمده برای شکاف‌های با پهنا و عمق مختلف در تابش عمود و مایل به ترتیب در شکل‌های (۲) و (۳) نشان داده شده است. همانطور که شکل (۲) نشان می‌دهد، در تابش عمود، الگوی شدت همواره متقارن، اما با الگوی شدت در تقریب عمق صفر (که در اکثر موارد در نظر گرفته می‌شود) کاملاً متفاوت است. بنابراین، در نظر گرفتن عمق شکاف باعث کاهش قله نقش تداخلی و افزایش پهنای پوش پراش مربوط به آن می‌گردد. علاوه بر این، با افزایش فاصله دو شکاف، تعداد نوارهای تداخلی داخل پوش پراش افزایش یافته است که با نتایج مربوط به تقریب عمق شکاف صفر همخوانی دارد. اگر نور به صورت مایل به شکاف‌ها بتابد، همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، الگوی شدت با در نظر گرفتن عمق شکاف‌ها بسیار متفاوت از الگوی شدت مربوط به تقریب شکاف بدون عمق است. در این حالت با تغییر پهنای شکاف‌ها، تعداد مدهای هدایتی و ثابت انتشار مربوط به آن‌ها تغییر یافته میدان خروجی از شکاف متفاوت از میدان ورودی به آن خواهد بود. نتیجه این امر تفاوت در الگوی شدت روی پرده است. در این شرایط، با توجه به تعداد مدهای انتشار یافته در موجبر و نحوه تداخل مربوط به آن‌ها، پوش الگوی تداخل روی پرده می‌تواند شامل دو یا چند قله در مکان‌ها مختلف باشد.

نتیجه گیری

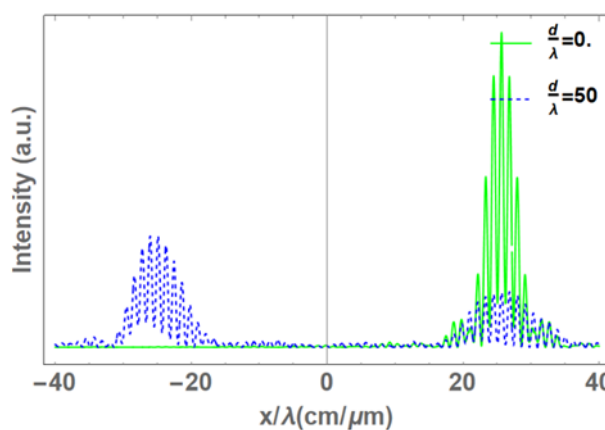
در این مقاله، تاثیر عمق روزنه بر نحوه تغییر الگوی شدت مربوط به آزمایش دوشکافی، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در تابش عمود الگوی شدت همواره متقارن، اما دارای مقدار بیشینه کمتر و پهنای بیشتر نسبت به حالت تقریبی شکاف بدون عمق است. در تقریب $d = 0$ ، الگوی شدت مربوط به تابش مایل همواره مشابه الگوی شدت تابش عمود اما دارای یک جابجایی عرضی به اندازه $L \sin(\theta)$ نسبت به آن است. اما بر اساس نتایج بدست آمده در این مقاله، در تابش مایل، الگوی شدت بسته به ابعاد و عمق شکاف‌ها می‌تواند بسیار متفاوت از الگوی تابش شکاف با عمق صفر و دارای چند قله در مکان‌های مختلف روی پرده باشد.

مرجع‌ها

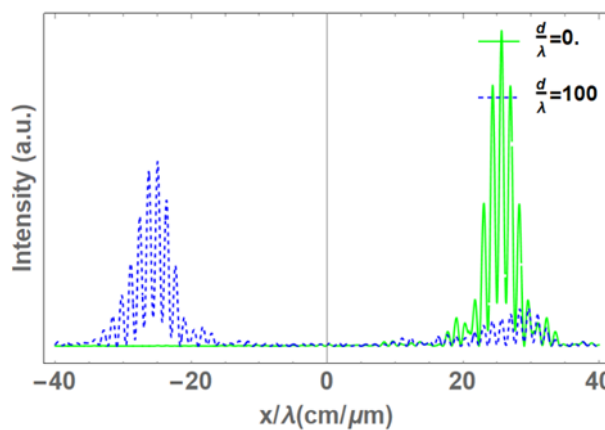
- [1] Born M. and Wolf E. 1999. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light, 7th edition (Cambridge: Cambridge University Press).
- [2] Goodman J. W. 1996. Introduction to Fourier Optics, 2nd edition (New York: McGraw-Hill).
- [3] Golshani M. and Motamedifar M. 2019. Impact of aperture thickness on a Fraunhofer diffraction pattern. J. Opt. 21, 045605.
- [4] Pedrotti F. L., Pedrotti L. M. and Pedrotti L. S. 2006. Introduction to Optics, 3rd edition (Addison-Wesley).



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳- الگوی شدت مربوط به آزمایش دو شکافی یانگ در حالت تابش مایل به مقادیر (الف) $a_1 = 6\lambda, a_2 = 6\lambda$ (ب) $a_1 = 9.2\lambda, a_2 = 21\lambda$ (ج) $a_1 = 9.2\lambda, a_2 = 21\lambda$ و $b = 75\lambda, \theta = 17.7^\circ$ و $b = 70\lambda, \theta = 14.8^\circ$ و $b = 60\lambda, \theta = 14.8^\circ$.