



بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## خود کانونگی باریکه لیزری در پلاسمای غیر ماکسولی مغناطیده

ناصر سپهری جوان و مینا حسین پور آزاد  
گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

چکیده - خود کانونی شدن باریکه لیزری با قطبش دایروی در پلاسمای مغناطیده غیر ماکسولی بررسی شده است. براساس مدل دوسیالی نسبیتی معادله غیر خطی توصیف کننده تحولات دامنه کند تغییر بدست آمده است. تحولات لکه لیزری بررسی شده و تاثیر توزیع غیر ماکسولی چگالی بار بر لکه لیزری در نظر گرفته شده است. نشان داده شده است که وجود الکترون های فوق حرارتی سبب کاهش کیفیت خود کانونگی می شود.

کلید واژه - خود کانونی شدن، شبه خنثی، غیر ماکسولی، لکه لیزری، توزیع کاپا.

## Self-focusing of an intense laser beam in the magnetized non-Maxwellian plasma

Nasser Sepehri Javan and Mina Hosseinporazad  
Department of physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Abstract- Self-focusing of an intense circularly-polarized laser pulse propagating through a magnetized non-maxwellian plasma is investigated. Based on a relativistic two-fluid model, nonlinear equation describing evaluation of slowly varying amplitude is obtained. The evolution of laser spot size is studied and effect of non-maxwellian distribution of charge density on the spot size is considered. It is shown that the existence of super-thermal electrons leads to the decreasing of the self-focusing quality.

Keywords: self-focusing, quasi-neutral, non-Maxwellian, spot size, kappa distribution.

## ۱- مقدمه

پتانسیل برداری،  $\phi$  پتانسیل اسکالر،  $k_B$  ثابت بولتزمن و  $\omega_c = eB_0 / m_0c$  فرکانس سیکلوترونی الکترون می باشد. پتانسیل برداری موج الکترومغناطیسی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \tilde{A} (\hat{\mathbf{e}}_x + i\sigma \hat{\mathbf{e}}_y) \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + c.c. \quad (2)$$

که،  $\omega_0$  و  $k_0$  به ترتیب فرکانس و عدد موج می باشد.  $\sigma = +1, -1$  به ترتیب بر موج قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد دلالت کرده و همچنین دامنه‌ی پتانسیل برداری کند تغییر نسبت به زمان و فضا می باشد با قرار دادن معادله (۲) در معادله (۱) می توان نوشت [۴]:

$$\bar{\mathbf{p}}_e = \bar{\mathbf{A}} / (1 - \sigma\alpha / \gamma_e) \quad (3)$$

که در آن  $\bar{\mathbf{p}}_e = \mathbf{p}_e / m_0c$  اندازه حرکت بی بعد و  $\bar{\mathbf{A}} = e\mathbf{A} / m_0c^2$  پتانسیل برداری بی بعد می باشد.

چگالی عددی ذرات پلاسما با در نظر گرفتن تابع توزیع اولیه ماکسولی برای ذرات در مرجع [۴] به شکل زیر حاصل شده است

$$n_e = n_{0e} \exp[\Phi - \beta_e (\gamma_e - 1 - \frac{\sigma\alpha}{2\gamma_e^2} |\bar{\mathbf{p}}_e|^2)] \quad (4)$$

$$n_i = n_{0i} \exp(-\delta\Phi) \quad (5)$$

که در روابط بالا،  $\beta_e = c^2 / v_{te}^2$ ،  $\delta = T_e / T_i$ ،  $T_e$  دمای الکترون،  $T_i$  دمای یون و  $\Phi = e\phi / k_B T_e$  پتانسیل عددی بی بعد می باشد. لازم به ذکر است که از حرکت نوسانی یون های سنگین تحت تاثیر میدان های لیزری صرف نظر شده است. در تقریب شبه خنثی ( $n_i = n_e$ ) پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e = n_i = n_0 \exp[-\chi (\gamma_e - 1 - \frac{\sigma\alpha}{2\gamma_e^2} |\bar{\mathbf{p}}_e|^2)] \quad (6)$$

که،  $\chi = \frac{\beta_e}{1+\delta}$  می باشد.

در این جا تابع توزیع غیر ماکسولی کاپا را در حالت تعادلی به شکل زیر در نظر می گیریم

$$f_k(v) = \frac{1}{(\pi\kappa\theta^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa-\frac{1}{2})} (1 + \frac{v^2}{\kappa\theta^2})^{-(\kappa+1)} \quad (7)$$

که  $v$  سرعت،  $\Gamma(x)$  تابع گاما و  $\theta = [(k - \frac{3}{2}) / k]^{1/2} v_{ti}$  و  $\kappa$  پارامتر دمای یون و  $\theta$  سرعت حرارتی نرمالیزه می باشد. با مقایسه تابع توزیع کاپای تعادلی با معادلات (۴) و (۵) مربوط به توزیع دینامیکی ماکسولی می توان نتیجه گرفت که در حالت دینامیکی برای توزیع کاپا باید داشته باشیم

(۸)

$$f_k(v_e) = \frac{N_0}{(\pi\kappa_e\theta_e^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\Gamma(\kappa_e+1)}{\Gamma(\kappa_e-\frac{1}{2})} \left[ 1 + \frac{v_e^2 - 2e\phi/m_e + 2c^2(\gamma_e - 1 - \frac{\sigma\alpha}{2\gamma_e^2} |\bar{\mathbf{p}}_e|^2)}{\kappa_e\theta_e^2} \right]^{-(\kappa_e+1)}$$

پدیده‌ی خود همگرایی باریکه‌ی لیزری در درون پلاسما به عنوان یک محیط غیر خطی، اثری است که در نتیجه‌ی اندر کنش لیزر با پلاسما روی می دهد [۱]. می توان گفت این پدیده یکی از مؤثرترین پدیدهها در یک پلاسما کم چگال است و برای اولین بار در سال ۱۹۶۲ توسط آسکاریان برای محیط های اپتیکی غیر خطی کشف گردید [۲]. در واقع پدیده‌ی خود همگرایی در اثر تغییرات ضریب شکست تحت تأثیر تابش لیزری ایجاد می شود محیطی که ضریب شکست آن با شدت میدان الکتریکی افزایش یابد به عنوان یک کانونی کننده برای یک باریکه لیزری عمل می کند این اثر منشاء بسیاری از پدیده های جذاب دیگری است که سال های اخیر تعداد زیادی از دانشمندان را به خود مشغول ساخته است به صورت نظری مسئله ی خود کانونی شدن لیزر در پلاسما سرد مغناطیسه قبلا بررسی شده است [۳]. در مرجع [۴] با استفاده از تقریب شبه خنثی این مسئله برای پلاسما داغ مغناطیسه ماکسولی بررسی شده است در این مقاله برای اولین بار در تقریب شبه خنثی پدیده خود کانونی برای پلاسما مغناطیسه غیر ماکسولی با توزیع اولیه کاپا بررسی شده است [۵]. در یک پلاسما گاز ایده آل تعادلی تابع توزیع ذرات به صورت ماکسولی می باشد ولی نتایج تحقیقات تجربی نشان می دهد که در برخی موارد از جمله در مسائل مربوط به محیط های پلاسمایی یونسفر زمین ذرات در نواحی دم توزیع دلرای انرژی های بیشتری نسبت به توزیع ماکسولی می باشند از جمله این توابع توزیع غیر ماکسولی، توزیع کاپا می باشد [۶].

## ۲- معادلات اساسی

یک موج الکترومغناطیسی را در نظر بگیرید که در حال انتشار در یک پلاسما مغناطیسه می باشد جهت انتشار موج در راستای میدان مغناطیسی خارجی  $B_0 \hat{\mathbf{e}}_z$  فرض شده است. با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات سیالی نسبیتی برای اندازه حرکت عرضی الکترون های پلاسما داریم

$$\frac{\partial \mathbf{p}_e}{\partial t} + \frac{1}{m_0\gamma_e} (\mathbf{p}_e \cdot \nabla) \mathbf{p}_e = \frac{e}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{e}{m_0\gamma_e c} \mathbf{p}_e \times \nabla \times \mathbf{A} - \frac{\omega_c}{\gamma_e} \mathbf{p}_e \times \hat{\mathbf{e}}_z \quad (1)$$

که  $m_0$  جرم الکترون،  $\gamma_e = \sqrt{1 + p_e^2 / m_0c^2}$  فاکتور نسبیتی لورنتس،  $\mathbf{p}_e$  اندازه حرکت عرضی الکترون تحت تأثیر میدان لیزری،  $\mathbf{A}$

با جایگذاری چگالی جریان از معادله (۱۷) و پتانسیل برداری از معادله (۲) در رابطه (۱۴)، برای انتشار موج الکترومغناطیسی با حفظ جملات مرتبه دوم دامنه‌ی لیزر می‌توان به معادله زیر رسید

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} = k_p^2 \left[ \frac{c^2}{\omega_p^2} \left( \frac{1}{1 - \alpha\alpha} \right) - |a|^2 N \right] a e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \quad (18)$$

که جمله غیر خطی توسط رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$N = \frac{1}{2} \frac{Q}{1 - \alpha\sigma} \left( -\kappa_e + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{(1 - \alpha\sigma)^4} \quad (19)$$

که،  $k_p^2 = \omega_p^2 / c^2$  و  $a = e / m_0 c^2 \tilde{A}$  دامنه بی بعد پتانسیل برداری می‌باشد. برای بدست آوردن تحولات لکه لیزری روش بسط مستقل چشمه ای [۷] مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک مد گوسی به صورت

$$A(r, z) = \hat{A}(z) e^{-i\phi(z)} e^{ik_0 r^2 / 2R(z)} e^{-r^2 / r_s^2} \quad (20)$$

در نظر می‌گیریم که  $\hat{A}$ ،  $R$ ،  $r_s$ ،  $\phi$  به ترتیب لکه لیزری، شعاع انحنای دامنه و فاز باریکه لیزری گوسی می‌باشند. با استفاده از این روش معادله تحولات لکه لیزری را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\partial^2 r_s / \partial z^2 = 4 / k_0^2 r_s^3 (1 - k_p^2 a_0^2 r_0^2 N / 8) \quad (21)$$

که  $a_0$  دامنه اولیه موج قطبشی و  $r_0$  کمره باریکه آن می‌باشد. برای تحولات لکه لیزری در پلاسما داریم

$$r_s^2 / r_0^2 = 1 + (1 - p / p_{cm}) z^2 / Z_R^2 \quad (22)$$

که در آن  $Z_R = k_0^2 r_0^2 / 2$  طول رایله و  $p / p_{cm} = k_p^2 a_0^2 r_0^2 N / 8$  توان استانه برای خود کانونگی غیر خطی موج قطبیده در پلاسما مغناطیسه داغ می‌باشد که مقدار آن برابر با  $p_{cm} = \frac{2\pi^2 c^2 m^2}{k_{p0}^2 \lambda e^2 N}$  و  $\lambda = 2\pi c / \omega$  طول موج قطبیده می‌باشد.

#### ۴- بحث عددی

لیزر Nd:YAG  $\omega_0 = 1.88 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$  (طول موج  $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ )، لمنه  $a_0 = 0.1$  (متناظر با شدت  $I \approx 1.4 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$ ) و کمره باریکه  $r_0 = 15 \mu\text{m}$  را در نظر می‌گیریم همچنین  $T_e = 10 \text{ keV}$ ،  $T_i = 5 \text{ keV}$  و  $\omega_p = 0.1 \omega_0$  می‌باشد در شکل (۱)، تغییرات لکه لیزری بی بعد  $r_s / r_0$  بر حسب طول بی بعد  $z / z_R$  آورده شده است. در این شکل نمودار توپر مربوط به حالت پلاسما

$$f_k(\nu_i) = \frac{N_0}{(\pi \kappa_i \theta_i^2)^{3/2}} \frac{\Gamma(\kappa_i + 1)}{\Gamma(\kappa_i - 1/2)} \left( 1 + \frac{\nu_i^2 + 2e\phi_{ec} / m_i}{\kappa_i \theta_i^2} \right)^{-(\kappa_i + 1)} \quad (9)$$

پس از انتگرال گیری از این تابع توزیع در فضای سرعت می‌توان به معادلات زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e(\Phi) = n_0 \left[ 1 - \frac{\Phi - \beta_e (\gamma_e - 1 - \frac{\alpha\sigma}{2\gamma_e^2} |\bar{\mathbf{p}}_e|^2)}{(\kappa_e - 3/2)} \right]^{-\kappa_e - 1/2} \quad (10)$$

$$n_i(\Phi) = n_0 \left[ 1 + \frac{\delta\Phi}{(\kappa_i - 3/2)} \right]^{-\kappa_i - 1/2} \quad (11)$$

توجه داشته باشید که برای  $k$  های بزرگ همان توزیع ماکسولی را خواهیم داشت. در تقریب شبه خنثی ( $n_i = n_e$ ) با بسط تیلور چگالیهای ذرات برای شدتهای نسبتی ضعیف، پس از محاسبه پتانسیل اسکالر می‌توان به روابط زیر برای چگالی ذرات رسید

$$n_e(\Phi) = n_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} |\bar{\mathbf{A}}|^2 Q \right]^{-\kappa_e - 1/2} \quad (12)$$

$$Q = \frac{\{(-\kappa_e + \frac{1}{2})(\kappa_i - \frac{3}{2})\} - \{(-\kappa_e + \frac{1}{2})(\kappa_i - \frac{3}{2}) + \delta(-\kappa_i + \frac{1}{2})(\kappa_e - \frac{3}{2})\}}{\{(-\kappa_e + \frac{1}{2})(\kappa_e - \frac{3}{2})(\kappa_i - \frac{3}{2}) + \delta(-\kappa_i + \frac{1}{2})(\kappa_e - \frac{3}{2})^2\}} \times \frac{\beta_e}{(1 - \alpha\sigma)} \quad (13)$$

با استفاده از معادلات ماکسول معادله موج زیر را داریم

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (14)$$

که،  $\mathbf{J} = -n_e e \mathbf{v}_e$  می‌باشد.

از معادله (۳) برای سرعت الکترونها بدست می‌آوریم

$$\mathbf{v}_e = \frac{e}{m_0 c} \frac{\mathbf{A}}{\gamma_e - \alpha\alpha} \quad (15)$$

همچنین، فاکتورهای لورنتس مربوط به الکترون‌ها را در تقریب نسبتی ضعیف می‌توان به شکل زیر نوشت

$$\gamma_e \approx \sqrt{1 + |\bar{\mathbf{A}}|^2 / (1 - \alpha\alpha)^2} \quad (16)$$

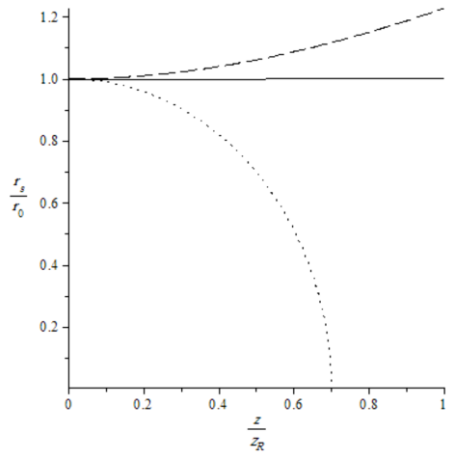
با جایگذاری چگالی و سرعت سیالی در چگالی جریان و نیز با بسط تیلور خواهیم داشت:

$$-\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\mathbf{A}}{(\gamma_e - \alpha\sigma)} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( -\kappa_e + \frac{1}{2} \right) |\bar{\mathbf{A}}|^2 Q \right] \quad (17)$$

که،  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m_0}$  فرکانس لانگمویر می‌باشد. می‌باشد.

#### ۳- دینامیک غیر خطی انتشار لیزر

شکل(۲): تغییرات  $r_s/r_0$  بر حسب  $z/z_R = 0.1 \cdot \omega_p/\omega_0$  و  $\omega_p/\omega_0 = 0.1 \cdot z/z_R$  و نمودارهای نقطه چین مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد  $\sigma=1$  با  $\alpha=0.4$  و نمودارهای خط چین مربوط به قطبش چپگرد  $\sigma=-1$  با  $\alpha=0.4$ .



شکل(۳): تغییرات  $r_s/r_0$  بر حسب  $z/z_R = 0.1 \cdot \omega_p/\omega_0$  و  $\omega_p/\omega_0 = 0.1 \cdot z/z_R$  و نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد  $\sigma=1$  با  $\alpha=0.4$  و نمودارهای خط چین مربوط به قطبش چپگرد  $\sigma=-1$  با  $\alpha=0.4$ .

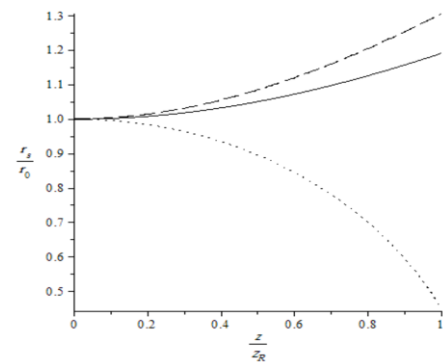
### ۵- نتیجه گیری

مسئله خود کلونگی لیزر در پلاسمای مغناطیده الکترون-یون داغ برای یک توزیع غیر ماکسولی کاپا بررسی شد نشان داده شده است که برای حالتی که پارامتر کاپای الکترون ها بیشتر از یون ها باشد به علت وجود الکترون های پر انرژی یا فوق حرارتی نیروی فشار ناشی از دما باعث کم شدن اثر نیروی اثر گذار شده و وضعیت خود همگرایی در هر دو نوع قطبش راستگرد و چپگرد بدتر می شود.

### مراجع

- [1] Hora, H. 2000. *Laser Plasma Physics: Forces and the nonlinearity principle*. SPIE Press, p.217.
- [2] Askaryan, G.A. 1962. *Soviet Physics. J. Exp. Theo. Phys.* **15** 1088-1090.
- [3] P. Jha, R. K. Mishra, A. K. Upadhyaya and G. Raj. *Phys. Plasmas* **13**, No. 11 (2006) 1031102-1-1031102-5.
- [4] N. Sepehri Javan and Jh. Nasirzadeh. *Phys. Plasma* **19**, No. 12 (2012) 112304-1,112304-6.
- [5] T.K. Baluku, M. A. Hellberg, I. Kourakis, and N. s. saini, *Phys. Plasmas* **17**, 053702(2010)
- [6] V. M. Vasyliunas, *J. Geophys. Res.* **98**, 2839 (1968).
- [7] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting. *IEEE. Journal of Quantum Electron* **33**, No. 11 (1997) 1879-1914.

غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد  $\sigma=1$  با  $\alpha=0.4$  و نمودارهای خط چین مربوط به قطبش چپگرد  $\sigma=-1$  با  $\alpha=0.4$  می باشد در این حالت پارامتر کاپا برای یون ها بیشتر از الکترون ها می باشد مشاهده می شود که در این وضعیت رفتار قطبش راستگرد و چپگرد از هم متمایز می باشد و با اعمال میدان مغناطیسی، در قطبش راستگرد خود کلونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش چپگرد بدتر می شود در شکل (۲) پارامتر کاپا برای الکترون ها بیشتر از یون ها می باشد مشاهده می شود که در این حالت با اعمال میدان مغناطیسی، در قطبش راستگرد خود کلونگی بهتر می شود ولی وضعیت قطبش چپگرد بدتر می شود ولی در کل وضعیت برای هر دو نوع قطبش نسبت به شکل قبل بهتر شده است این بدان علت است که با افزایش کاپای الکترون تعداد الکترون های فوق حرارتی کمتر شده و با کاهش بی نظمی حرارتی وضعیت خود کلونگی بهتر می شود در شکل (۳) که به ازای  $k_i = k_e = 1000$  رسم شده است. با مقایسه این شکل با مرجع [۴] ملاحظه می گردد رفتار پلاσμα منطبق بر حالتی است که باید در توزیع ماکسولی داشت که البته با توجه به مقدار زیاد پارامتر کاپا قابل انتظار است.



شکل(۱): تغییرات  $r_s/r_0$  بر حسب  $z/z_R = 0.1 \cdot \omega_p/\omega_0$  و  $\omega_p/\omega_0 = 0.1 \cdot z/z_R$  و نمودار توپر مربوط به حالت پلاسمای غیر مغناطیده و نمودارهای نقطه چین مربوط به قطبش راستگرد  $\sigma=1$  با  $\alpha=0.4$  و نمودارهای خط چین مربوط به قطبش چپگرد  $\sigma=-1$  با  $\alpha=0.4$ .

