بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

بررسی اثر میدان کوانتومی خارجی بر سامانه ترکیبی نانوآنتن پلاسمونی و نقطه کوانتومی در نمایش حالت درهم تنیده

سید محمود اشرفی[۱]، حسین دیزجقربانی اقدم[۱]، رسول ملک فر[۱]، علیرضا بهرامپور[۲]

۱. گروه اتمی و مولکولی، بخش فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
۲. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

چکیده – در مقاله حاضر، سامانه ترکیبی از نانودایمر فلزی و نقطه کوانتومی که در اندرکنش میدان کوانتومی خارجی قرار دارند؛ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این سامانه، نانو دایمر پلاسمونی (نانو آنتن نوری) رفتاری شبیه به کاواک پلاسمونی دارد و نقطه کوانتومی مانند یک اتم دو ترازه در نظر گرفته می‌شود. در راستای شناخت رفتار دینامیکی سامانه ترکیبی، تحول زمانی عملگر چگالی (معادله مادر) به صورت دقیق (بدون تقریب موج چرخان)و کاملا تحلیلی با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده و تصویر برهم کنش اتلافی به دست می‌آید.

کلید واژه- نانو کاواک پلاسمونی، نمایش حالت درهم تنیده ، مدل جینز – کامینگ واداشته

The analysis of the effect of external quantum field on the hybrid system of plasmonic nano antenna and quantum dot in entangled state representation

Seyyed Mahmoud Ashrafi[1], Hossein Dizajghorbani Aghdam[1], Rasoul malekfar[1] and Alireza Bahrampour[2]

1. Atomic and Molecular Group, Department of Physics, Tarbiat Modares University, Tehran

2. Department of Physics, Sharif University, Tehran

Abstract-In the present paper the hybrid system of metal nano dimer and quantum dot which interacted by external quantum field will be investigated. In this system, the plasmonic nano dimer (optical nano antenna) behaves similar to plasmonic cavity and the quantum dot is considered like two level atoms. For understanding of the dynamical behavior of hybrid system, the time evolution of density operator (master equation) is achieved exactly and completely analytical (without rotation wave approximation) by virtue of entangled state representation and dissipative interaction picture.

Keywords: plasmonic nano cavity, Entangled State Representation, Driven Jaynes-Cumming Model

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-18]

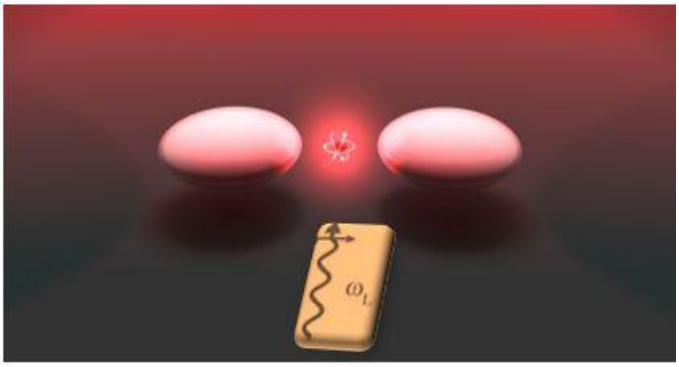
۱- مقدمه

اندرکنش نور با ماده، منشأ و سرچشمه پدیده‌های فراوانی است که تجربیات روزانه ما را شکل می‌دهد به‌طوری‌که می‌توان کنترل کردن این اندرکنش را به‌عنوان یکی از اهداف مهم بشر، در راستای رشد و توسعه ابزارهای مدرن به شمار آورد.

منابع نوری همچون نقاط کوانتومی ، شامل گذارهایی از تراز انرژی الکترونی هستند. نرخ نشر این منابع را می‌توان با قرار دادن در محیط ساختاریافته با میدان موضعی زیاد (کاواک پلاسمونی) بهبود بخشید. اندرکنش ناشر کوانتومی با نور می‌تواند از طریق جفت‌شدگی با مدهای پلاسمون های سطحی جایگزیده نانو ذره، بهبود یابد. پلاسمون های سطحی میدان بسیار قوی جایگزیده در اطراف فلز ایجاد می کنند. با گذاشتن ناشر کوانتومی در مجاورت آن، جذب و نشر ناشر افزایش می یابد و وابستگی زاویه ای ، قطبش و طیفی نیز کنترل می‌شود[1,2] .

هدف این مقاله بررسی اندرکنش میدان کوانتومی خارجی با سامانه ترکیبی نانو آنتن پلاسمونی(نانو دایمر طلا) و نقطه کوانتومی با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده[۱] است. مدل ریاضی توصیف این برهم کنش شبیه به مدل جینز-کامینگ[۲] واداشته به میدان خارجی است. به این ترتیب که هامیلتون توصیف کننده آن به صورت زیر است[3]

$$\hat{H} = \omega_p \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_0 \hat{\sigma}_z + \mu(t)(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) \ldots$$
$$\ldots \times (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \Omega(\hat{a}^\dagger e^{i\omega_l t} + \hat{a} e^{-i\omega_l t}) \quad (1)$$



شکل۱: اندرکنش نانو آنتن پلاسمونی و نقطه کوانتومی توسط میدان کوانتومی خارجی

که در آن ω_p فرکانس تشدید پلاسمونی، ω_0 فرکانس تشدید نقطه کوانتومی(اتم دو ترازه)،ω_l فرکانس لیزر خارجی، وΩ قدرت رابی میدان خارجی و $\mu(t) = \mu_0 \cos(\omega_\beta t)$ وابستگی زمانی جفت شدگی پلاسمون و نقطه کوانتومی است[4]. در راستای بررسی تحول زمانی این سامانه نیاز به حل معادله مادر لیندبلد[۳] است که در این مقاله به صورت تحلیلی و دقیق (بدون استفاده از تقریب موج چرخان) با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده حل خواهد شد.

در این مقاله در بخش دوم نمایش حالت درهم تنیده معرفی خواهد شد سپس در بخش سوم تحول زمانی عملگر چگالی سامانه ترکیبی نانو دایمر طلا(نانوآنتن پلاسمونی) و نقطه کوانتومی واداشته با میدان کوانتومی بررسی خواهد شد در بخش چهارم معادلات مادر غیر جفت شده به دست آمده از طریق نمایش حالت درهم تنیده، با استفاده از تصویر برهم کنش اتلافی به صورت کاملا دقیق و تحلیلی حل خواهد شد و نهایتا در بخش آخر نتیجه گیری این مقاله نوشته شده است.

۲- مروری مختصر بر نمایش حالت درهم تنیده

در این بخش، به طور مختصر نمایش حالت درهم تنیده معرفی خواهد شد. حالت درهم تنیده در فضای فوک دو بعدی به صورت زیر تعریف می‌شود[5].

$$|\boldsymbol{\eta}\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\boldsymbol{\eta}|^2 + \boldsymbol{\eta}\hat{\mathbf{a}}^\dagger - \boldsymbol{\eta}^*\hat{\mathbf{b}}^\dagger + \hat{\mathbf{a}}^\dagger\hat{\mathbf{b}}^\dagger\right) \ldots$$
$$\ldots |\mathbf{0}, \widetilde{\mathbf{0}}\rangle \qquad \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{C} \qquad (2)$$

جایی که در آن $(\hat{a}^\dagger, \hat{a}), (\hat{b}^\dagger, \hat{b})$ عملگرهای خلق و فنای کانونی هستند که اولی مربوط به مدهای(فیزیکی) و دومی مربوط به مدهای (مجازی) می‌باشد. با تعریف و $\hat{\xi} = \hat{a} + \hat{b}^\dagger, \hat{\eta} = \hat{a} - \hat{b}^\dagger$ می‌توان نشان داد که

رابطه(۲) ویژه حالت

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}|\boldsymbol{\eta}\rangle = \boldsymbol{\eta}|\boldsymbol{\eta}\rangle,$$
$$\hat{\boldsymbol{\eta}}^\dagger|\boldsymbol{\eta}\rangle = \boldsymbol{\eta}^*|\boldsymbol{\eta}\rangle. \qquad (3)$$

است. آشکارا وقتی $\eta = 0$ داریم:

[۱] Entangled State Representation

[۲] Jaynes-Cummings Model

[۳] Lindblad Master Equation

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-18]

$$\hat{a}|\eta=0\rangle=\hat{b}^{\dagger}|\eta=0\rangle,$$
$$\hat{a}^{\dagger}|\eta=0\rangle=\hat{b}|\eta=0\rangle. \quad (4)$$

به طوری که

$$|\eta=0\rangle=\exp\left(-\frac{1}{2}|\eta|^2\right)|0,0\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}|n,n\rangle. \quad (5)$$

همچنین می‌توان به سادگی نشان داد که حالت های درهم تنیده مجموعه پایه های متعامد و کاملی را تشکیل می‌دهند

$$\int\frac{d^2\eta}{\pi}|\eta\rangle\langle\eta|=1,\ \langle\acute{\eta}|\eta\rangle=\pi\delta^{(2)}(\eta-\acute{\eta}). \quad (6)$$

از طرف دیگر هر عملگر چگالی $\hat{r}(t)$ از مدهای فیزیکی را می‌توان با $|r(t)\rangle$ متعلق به فضای هیلبرت دو مدی نمایش داد

$$|\rho(t)\rangle\triangleq\hat{\rho}(t)|\eta=0\rangle. \quad (7)$$

به طوری که این بردار حالت، همه اطلاعات مربوط به حالت کوانتومی عملگر چگالی را شامل شود.

۳- تحول زمانی عملگر چگالی سامانه ترکیبی نانو دایمر طلا و نقطه کوانتومی واداشته با میدان کوانتومی

به منظور توصیف رابطه(۱) در تصویر برهم کنش از عملگر یکانی زیر استفاده می‌شود

$$\hat{U}(t)=\exp\{-it(\omega_l\hat{a}^{\dagger}\hat{a}+\omega_0\hat{\sigma}_z)\}. \quad (8)$$

به این ترتیب معادله مادر به فرم زیر خواهد شد:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt}=-i[\mu_0(\hat{\sigma}_++\hat{\sigma}_-)(\hat{a}^{\dagger}e^{i\omega_l t}+\hat{a}e^{-i\omega_l t}),\hat{\rho}]..$$
$$...-i[\Omega(\hat{a}^{\dagger}e^{i\Delta t}+\hat{a}e^{-i\Delta t}),\hat{\rho}]+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}]. \quad (9)$$

عملگر چگالی سامانه هیبریدی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\hat{\rho}=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{3}\hat{\rho}_i\hat{\sigma}_i=\begin{pmatrix}\hat{\rho}_{11} & \hat{\rho}_{12}\\ \hat{\rho}_{21} & \hat{\rho}_{22}\end{pmatrix}$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\hat{\rho}_0+\hat{\rho}_3 & \hat{\rho}_1-i\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_1+i\hat{\rho}_2 & \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\end{pmatrix}. \quad (10)$$

به طوری که در آن s_i ماتریس اسپین پائولی هستند.

بعد از کمی محاسبات روابط زیر به دست خواهند آمد

$$\hat{\rho}_0=-i[\hat{A}(t),\hat{\rho}_0]-i[\hat{B}(t),\hat{\rho}_1]+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_0],$$
$$\hat{\rho}_1=-i[\hat{A}(t),\hat{\rho}_1]-i[\hat{B}(t),\hat{\rho}_0]+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_1],$$
$$\hat{\rho}_2=-i[\hat{A}(t),\hat{\rho}_2]+\{\hat{B}(t),\hat{\rho}_3\}+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_2],$$
$$\hat{\rho}_3=-i[\hat{A}(t),\hat{\rho}_3]+\{\hat{B}(t),\hat{\rho}_2\}+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_3]. \quad (11)$$

که در آن

$$\hat{A}(t)\triangleq\Omega(\hat{a}^{\dagger}e^{i\Delta t}+\hat{a}e^{-i\Delta t})$$
$$\hat{B}(t)\triangleq\mu_0(\hat{a}^{\dagger}e^{-i\omega_p t}+\hat{a}e^{i\omega_p t}). \quad (12)$$

همانطور که از رابطه(۱۱) مشاهده می‌شود. دو معادله اول و دومعادله دوم به ترتیب جفت شده اند. برای حل این مشکل، عملگرهای جدید زیر تعریف شده است

$$\hat{\rho}_{\pm}=\hat{\rho}_0\pm\hat{\rho}_1$$
$$\hat{\rho}_c=\hat{\rho}_3\pm i\hat{\rho}_2. \quad (13)$$

آشکارا رابطه (۱۱) به رابطه غیر جفت شده زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{d\hat{\rho}_{\pm}}{dt}=-i[\hat{A}(t)\pm\hat{B}(t),\hat{\rho}_{\pm}]+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_{\pm}]$$
$$\frac{d\hat{\rho}_c}{dt}=-i[\hat{A}(t),\hat{\rho}_c]-i\{\hat{B}(t),\hat{\rho}_c\}+\kappa L_{ir}[\hat{\rho}_c]. \quad (14)$$

با حل دو معادله بالا و استفاده از روابط (۱۰) و (۱۳) می‌توان عناصر ماتریسی عملگر چگالی را در زمان‌های گوناگون به دست آورد که شامل همه اطلاعات سامانه ترکیبی است. از طرف دیگر می‌توان با گرفتن رد[۴] نسبت به فضای هیلبرت نانوآنتن پلاسمونی عملگر چگالی کاهش یافته نقطه کوانتومی را نیز به دست آورد. همچنین می‌توان تعداد پلاسمون‌ها و وارونگی جمعیت نقطه کوانتومی را نیز به دست آورد. بنابراین برای به دست آوردن همه اطلاعات سامانه نیاز به حل معادله (۱۴) است که به صورت دقیق در بخش بعد حل خواهد شد.

۴- حل دقیق و تحلیلی معادلات مادر با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده

در این بخش، هدف ما حل دو معادله مادر به صورت تحلیلی

[۴] Trace

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-18]

و دقیق با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده و همچنین با استفاده از تصویر برهمکنش اتلافی در راستای به دست آوردن واورنگی جمعیت نقاط کوانتومی در حضور پلاسمون های نانو آنتن است.

برای این منظور،دو طرف رابطه(۱۴) در $|\eta = 0\rangle$ اعمال می‌شود. آشکارا رابطه ای شبیه به معادله تحول زمانی شرودینگر برای کت برداری عملگر چگالی به دست می‌آید.

$$\frac{d|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle}{dt} = -\mathrm{i}\Omega(\hat{\eta}^{\dagger}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta t} + \hat{\eta}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta t})|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle + \cdots$$
$$\ldots \mp \mathrm{i}\mu_0(\hat{\eta}^{\dagger}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_p t} + \hat{\eta}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_p t})|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle + \cdots$$
$$+\kappa(2\,\hat{a}\hat{b} - \hat{a}^{\dagger}\hat{a} - \hat{b}^{\dagger}\hat{b})|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle$$
$$= \{\hat{\mathrm{g}}_{\pm}(t) + \kappa\hat{L}\}|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle. \qquad (15)$$

حل رابطه بالا به دلیل اینکه

$$[\hat{\mathrm{g}}_{\pm}(\mathrm{t}) + \kappa\hat{\mathrm{L}}, \hat{\mathrm{g}}_{\pm}(\acute{\mathrm{t}}) + \kappa\hat{\mathrm{L}}] \neq 0. \qquad (16)$$

بسیار دشوار است. در این راستا از تعریف تصویر برهمکنش اتلافی استفاده می‌کنیم [6] :

$$\frac{d|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle_I}{dt} = \hat{\mathrm{g}}^I_{\pm}(t)|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle_I,$$
$$\hat{\mathrm{g}}^I_{\pm}(t) \triangleq e^{-\kappa t\hat{\mathrm{L}}}\hat{\mathrm{g}}_{\pm}(\mathrm{t})e^{\kappa t\hat{\mathrm{L}}} \qquad (17)$$

به طوری که

$$\hat{\mathrm{g}}^I_{\pm}(t) = -ie^{-\kappa t}(\Omega\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta t} \pm \mu_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_p t})\hat{\eta} - \cdots$$
$$\ldots - \mathrm{i}e^{\kappa t}(\Omega\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta t} \pm \mu_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_p t})\hat{\eta}^{\dagger} \qquad (18)$$

حال با کمی محاسبات رابطه زیر به دست می‌آید

$$|\hat{\rho}_{\pm}(t)\rangle_I = exp\{\lambda(\mathrm{t})\hat{\eta}^{\dagger} - \lambda^*(t)\hat{\eta}\}|\hat{\rho}_{\pm}(0)\rangle_s\ , \qquad (19)$$

که در آن

$$\lambda_{\pm}(\mathrm{t}) \triangleq -i\int_0^t d\acute{t}\{\Omega\mathrm{e}^{(\mathrm{i}\Delta+\kappa)\acute{\mathrm{t}}} \pm i\mu_0\mathrm{e}^{(-\mathrm{i}\omega_p+\kappa)\acute{\mathrm{t}}}\}, \qquad (20)$$

با استفاده از عملگر جابه جایی در مد اول

$$\hat{\mathrm{D}}(\lambda_{\pm}) = exp\{\lambda_{\pm}\hat{a}^{\dagger} - \lambda^*_{\pm}\hat{a}\}, \qquad (21)$$

و همچنین با استفاده از معادله مادر دردمای صفر کاواک می‌توان عملگر چگالی در تصویر شرودینگر را به صورت زیر به دست آورد[7]

$$\hat{\rho}^{\mathrm{s}}_{\pm}(\mathrm{t}) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{T^n}{n!}e^{-i\,\omega_0\widehat{\sigma_z}t}e^{(\kappa-\mathrm{i}\omega_p)\hat{a}^{\dagger}\hat{a}t}\hat{a}^n\,\hat{\mathrm{D}}(\lambda_{\pm})\ldots$$
$$\ldots\hat{\rho}_{\pm}(0)\hat{\mathrm{D}}^{\dagger}(\lambda_{\pm})\hat{a}^{\dagger n}e^{(\kappa+\mathrm{i}\omega_p)\hat{a}^{\dagger}\hat{a}t}e^{i\,\omega_0\widehat{\sigma_z}t}. \qquad (22)$$

با استفاده از همین روش و با اندکی تفاوت نیز می‌توان

$$\hat{\rho}^{\mathrm{s}}_{\mathrm{c}}(\mathrm{t}) = \mathrm{e}^{F(t)+2\mu_0(\lambda_2^*-\lambda_1^*)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{T^n}{n!}e^{-i\,\omega_0\widehat{\sigma_z}t} \times \ldots$$
$$\ldots\times e^{(\kappa-\mathrm{i}\omega_p)\hat{a}^{\dagger}\hat{a}t}\hat{a}^n e^{(\lambda_1-\lambda_2)\hat{a}^{\dagger}}e^{(-3\lambda_2^*-\lambda_1^*)\hat{a}}\hat{\mathrm{D}}(\lambda_0)$$
$$\ldots\times\hat{\rho}_{\mathrm{c}}(0)\hat{\mathrm{D}}^{\dagger}(\lambda_0)e^{(\lambda_1^*-\lambda_2^*)\hat{a}}e^{(3\lambda_2+\lambda_1)\hat{a}^{\dagger}}\hat{a}^{\dagger n}\ldots\times$$
$$\ldots\times e^{(\kappa+\mathrm{i}\omega_p)\hat{a}^{\dagger}\hat{a}t}e^{i\,\omega_0\widehat{\sigma_z}t}. \qquad (23)$$

را به دست آورد. که در آن

$$\lambda_0(t) \triangleq i\Omega\frac{(1-e^{(\kappa+\mathrm{i}\Delta)t})}{\kappa+i\Delta},$$
$$\lambda_1(t) \triangleq i\mu_0 e^{-i\omega_p t}\left(\frac{1-\sinh(\kappa t)}{\kappa}\right),$$
$$\lambda_2(t) \triangleq i\mu_0 e^{-i\omega_p t}\left(\frac{\cosh(\kappa t)-1}{\kappa}\right). \qquad (24)$$

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از نمایش حالت درهم تنیده و تصویر برهم کنش اتلافی عملگر چگالی سامانه ترکیبی نانوآنتن پلاسمونی و نقطه کوانتومی که توسط میدان کوانتومی خارجی تحریک شده است به صورت دقیق به دست آمده است.

مراجع

[1] [20] L, Novotny, N.V. Hulst, Nature Photonics 5, 83-90 (2011).
[2] M. AGIO, A. AL`U, Optical antenna, Cambridge University Press (2013).
[3] A. Manjavacas, P. Nordlander, F. Javier Garcıa and de Abajo, ACS Nano, *6* (2) 1724–1731(2012).
[4] M. S, Abdalla, E.M. Khalil, A.S.F. Obada, Annals of Physics 326 2486–2498 (2011)
[5] H. Y. Fan, H. L. Lu Mod. Phys. Lett. B **21** 183(2007)
[6] S. M. Ashrafi M. R. Bazrafkan , Chin. Phys. Lett. **30** 11 (2013).
[7] H. Y. Fan, L. Lu, Commun. Theor. Phys. **51** 729 (2009)

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-18]