



تولید آرایه‌ای دلخواه از باریکه‌های نوری حلقوی

آرش ثباتیان، بابک فتحی

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده - در این مقاله ما یک عنصر پراشی را که ترکیبی از یک تیغه‌ی منطقه‌ای با شیفت فازی شعاعی و یک توری پراشی است مورد بررسی قرار داده‌ایم. این عنصر پتانسیل بسیار بالایی برای تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقوی با شعاع مورد نظر و فواصل خاص را دارا است و همچنین پرتوهای حلقوی ممکن است در هر شکلی از آرایه مانند مستطیل، یا دایره و یا ... تولید شوند. و به منظور بررسی نتایج شبیه‌سازی مان بعضی از این عناصر را که خودمان در متلب شبیه‌سازی و به روش لیتوگرافی چاپ کرده‌ایم مورد بررسی قرار دادیم.

کلیدواژه- پراش فرنل، پرتوهای حلقوی، شکل‌دهی پرتوی، عدسی‌های پراشی

Generation of an arbitrary array of optical annular beams

Arash Sabatyan, and Babak Fathi

Physics Dept. Faculty of Sciences, Urmia University

Abstract- In this paper we introduce a novel diffractive element which is generated by a given combination of a radially phase shifted Fresnel zone plate and grating. We show that the element has a great potential in generating a variety of array of annular beams with desired radius and distance. As well as, the annular beams may be generated in any form of array like rectangle or circle ones. The focusing properties of the element is explored, in detail by simulation. In addition, some experiments were arranged to verify the simulation results.

Keywords: Fresnel diffraction, Diffractive lens, annular beams, Beam shaping

۱- مقدمه

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r^2}{2f} \right) \quad (5)$$

FZP مانند لنز همگرا دارای فاز مربعی است، این المان اپتیکی مانند یک لنز همگرا عمل می‌کند و یک کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد [۲]. اگر r فاصله‌ی شعاعی از مرکز FZP، λ طول موج و f فاصله‌ی کانونی باشد با شیفت فضایی خواهیم داشت.

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(r - \alpha R)^2}{2f} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6)$$

که R شعاع FZP و α پارامتر کنترلی است. فاز قطعات باید مضرب صحیحی از π باشد تا اختلاف راه نوری پرتوهای پراشی مناطق مجاور تا کانون مضرب صحیحی از λ شود.

$$\text{For FZP: } -\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r^2}{2f} \right) = n\pi \quad (7)$$

پس تعداد کل مناطق برای FZP برابر است با: $N = \frac{R^2}{2f}$

درحالی‌که برای PRS-FZP داریم

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(r - \alpha R)^2}{2f} = m\pi$$

$$r_m - \alpha R = \pm \sqrt{m\lambda f} \quad (8)$$

حالتی که $r_m < \alpha R$ پهنای حلقه‌ها رفته‌رفته افزایش یافته و این ناحیه مانند عدسی واگرا عمل می‌کند و برای ناحیه‌ی دوم $r_m > \alpha R$ مانند FZP عادی رفتار می‌کند.

سایز مشخصه‌ی FZP های طراحی‌شده‌ی ما خیلی بزرگ‌تر از طول موج نور است بنابراین برای محاسبه‌ی دامنه‌ی موج پراشی در فاصله‌ی Z از مرکز FZP از فرمول انتگرالی پراش فرنل کریشهف استفاده می‌کنیم [۳].

$$U(r) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \int_0^a t(r') \times J_0\left(\frac{krr'}{z}\right) r' dr' \quad (9)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ عدد موج است و a شعاع FZP و r و r' مختصات شعاعی در صفحه جسم و تصویر می‌باشند. $t(r')$ تابع عبور یک RPC-FZP یک حلقه تولید می‌کند به‌صورت زیر است.

$$t(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[-i2n\pi \frac{(r' - \alpha R)^2}{r_1^2}\right] \quad (10)$$

A_n ضریب بسط است. اگر (۱۰) را در (۹) جایگذاری می‌کنیم داریم:

$$U(r) = \int_0^a \exp\left(\frac{ink\alpha Rr'}{f}\right) J_0\left(\frac{krr'}{f}\right) r' dr' \quad (11)$$

معمولاً پرتوهای حلقوی با توزیع گاوسی در جهت شعاعی تولید می‌شوند و می‌توانند از تفاضل دو پرتو گاوسی با بیشینه شدت یکسان و پهنای متفاوت به دست آیند [۱].

^۱FZP (تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل) شبیه لنز همگراست و موج تخت فرودی را به موج کروی تبدیل کرده و کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد.

FZP با شیفت فازی شعاعی (^۲RPS-FZP) قطعه‌ای است که می‌توان آن را به‌صورت ترکیب یک لنز همگرا و اکزیکن^۳ دانست که موج تخت فرودی را به یک پرتو حلقوی در کانون تبدیل می‌کند [۲].

ما در این مقاله نوعی از RPS-FZP را بررسی می‌کنیم. مزیت مدل ارائه‌شده‌ی ما این است که تعداد و مکان هندسی قرار گرفتن این پرتوهای حلقوی در صفحه‌ی کانون قابل کنترل است.

۲- تئوری و شبیه‌سازی

رابطه ریاضی زیر وضعیت لنز پراشی فرنل زون پلیت FZP را مشخص می‌کند. [۲].

$$r_i^2 + f^2 = (f + i\lambda)^2 \quad (1)$$

که در آنجا λ طول موج، r_i شعاع حلقه‌ی i ام و f فاصله‌ی کانونی لنز پراشی است. در تقریب پیرامحوری داریم $f \gg i\lambda$ پس

$$r_i^2 = 2i\lambda f \quad (2)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$r_i = \sqrt{i\lambda f} \quad (3)$$

رابطه‌ی (۲) الگوی یک FZP را مشخص می‌کند که یک تابع دوره‌ای در r با دوره تناوب r_1^2 است و فاصله‌ی کانونی این لنز پراشی به‌صورت زیر است

$$f = \frac{r_1^2}{2\lambda} \quad (4)$$

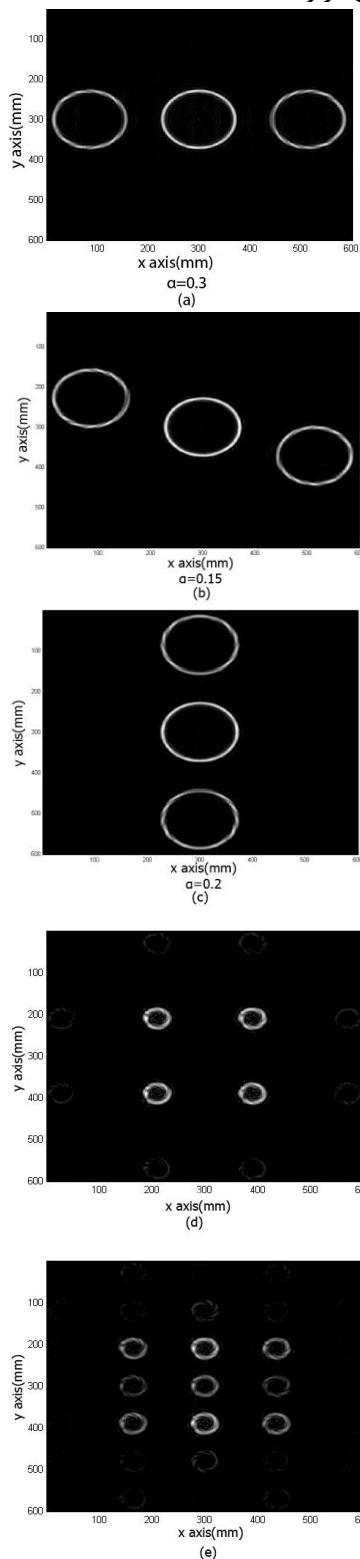
پس اختلاف فاز در تقریب پیرامحوری به‌صورت زیر است.

^۱ Fresnel Zone Plate

^۲ Radially Phase-shifted Fresnel Zone Plate

^۳ Axicon

در شکل‌های زیر نمونه‌های شبیه‌سازی شده با شعاع یکسان $R=7\text{ mm}$ و $f=500\text{ mm}$ و α های متفاوت که هرکدام زیر شکل مربوطه آمده است.



شکل ۱: نمونه‌های مختلف شبیه‌سازی شده توزیع شدت با استفاده از برنامه متلب

داریم: $\exp(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} i^m J_m(x)$ با به کارگیری خواص تابع بسل:

$$U(r') = \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^a i^m J_m \left(\frac{nk\alpha Rr'}{f} \right) J_0 \left(\frac{kr'r'}{f} \right) r' dr' \propto \delta(r - \alpha R) \quad (12)$$

پس توزیع شدت در کانون به صورت حلقوی است [۲]. ما در حال حاضر FZP هایی با شیف فاز شعاعی شبیه سازی کرده ایم که به وسیله آن می توان آرایه ای از باریکه های حلقه ای را ایجاد و کنترل کرد. در طراحی این عدسی های پراشی از کاربرد ساختار توری در تیغه ی منطقه ای فرنل زون پلیت که دچار شیف فاز شعاعی شده استفاده کرده ایم. توابع انتقال این RPS-FZP ها به صورت کلی زیر است.

$$t_1(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \left[-i2n\pi \frac{(r' - \alpha R)^2}{r_1^2} \right] \quad (13)$$

$$t_2(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \left[\frac{-ik}{2z} \left(\frac{x}{p} + \frac{y}{q} \right) \right] \quad (14)$$

تابع انتقال $t_2(r')$ دارای دوره تناوبی $\frac{1}{p}$ در راستای محور x و دوره تناوب $\frac{1}{q}$ در راستای محور y است. ما از مفهوم کاربرد ساختار توری در توابع فوق بهره می جوییم و تابع انتقال کلی RPS-FZP را به دست می آوریم.

پس می توان روابط فوق را با استفاده از خواص تبدیل فوری به صورت زیر نوشت [۴].

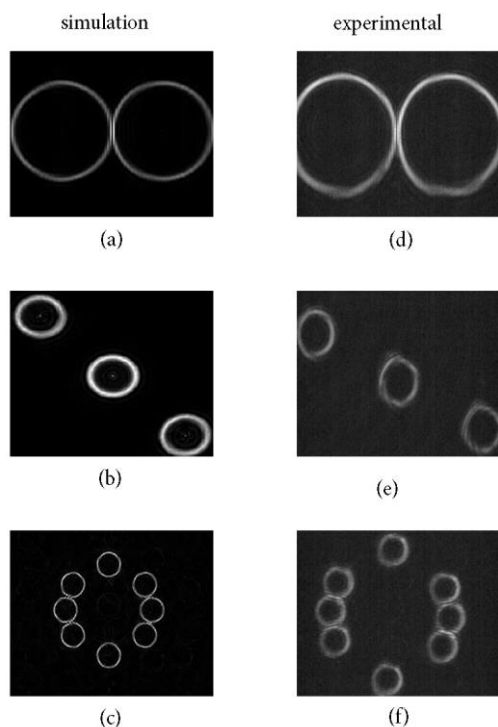
$$I(r) = \left| F^{-1} \{ F[t(r)] \} \{ F[h(r)] \} \right| \quad (15)$$

که F نشان دهنده ی تبدیل فوری و $h(r)$ تابع پاسخ ضربه ی فضای آزاد است.

$$h(r) = \exp \left(\frac{ikr^2}{2z} \right) \quad (16)$$

نتایج شبیه سازی به ما نشان داد که ما می توانیم تعداد دلخواه از باریکه های حلقه ای تولید کنیم و این حلقه ها را روی اشکال هندسی دلخواه منظم کنیم و فاصله ی آن ها از یکدیگر را به راحتی تغییر دهیم و شعاع حلقه را نیز به مقدار دلخواه تنظیم کنیم که در شکل های شبیه سازی شده ی زیر چند نمونه از آن ها همراه با لنز پراشی تولید کننده و همچنین نمودار شدت این حلقه ها را در فاصله کانونی $f=500\text{ mm}$ آورده شده است.

با شبیه‌سازی‌هایمان در متلب در شکل‌های a, b و c مقایسه کردیم.



شکل ۴: تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقه‌ای با فواصل و شعاع‌های مختلف در صفحه کانون به فاصله‌ی ۵۰۰ میلی‌متر به صورت شبیه‌سازی و تجربی.

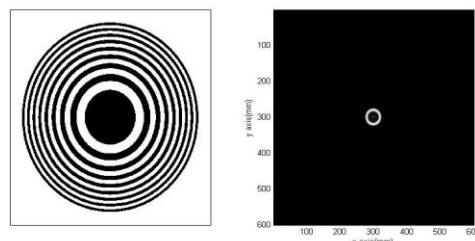
۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله ما نشان دادیم که یک FZP با شیف‌ت فازی شعاع و توابع انتقال داده‌شده در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) می‌تواند آرایه‌ای دلخواه از پرتوهای حلقه‌ای را در کانون تولید کرد و همچنین تأثیر پارامتر کنترلی α روی کنترل شعاع بررسی شد. تمامی نتایج توسط آزمایش بررسی شدند.

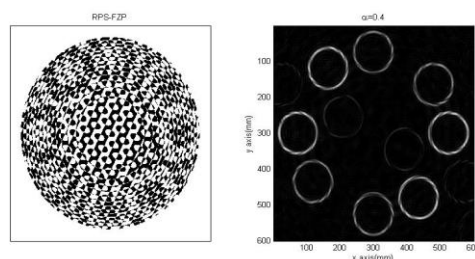
مراجع

- [1] Soroko, Lev M. "II Axicons and Meso-Optical Imaging Devices." Progress in Optics 27 (1989): 109-160.
- [2] Sabatyan, Arash, and Bahar Meshginqalam. "Generation of annular beam by a novel class of Fresnel zone plate." Applied optics 53, no. 26 (2014): 5995-6000.
- [3] Weber, Hans J., and George B. Arfken. Essential Mathematical Methods for Physicists, ISE. Academic Press, 2003.
- [4] Goodman, Joseph W. Introduction to Fourier optics. Roberts and Company Publishers, 2005.

شکل ۲-الف) یک RPS-FZP با توزیع شدت یک پرتو حلقه‌ای در صفحه‌ی کانون و شکل ۲-ب) یک RPS-FZP با توزیع شدت هشت پرتو حلقه‌ای که روی محیط یک دایره در صفحه‌ی کانون قرار گرفته‌اند را نشان می‌دهد.



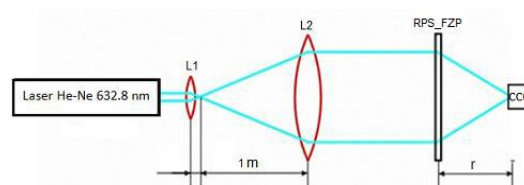
شکل ۲-الف: RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی $f=500\text{mm}$



شکل ۲-ب: RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی $f=500\text{mm}$

۲-۱- نتایج تجربی

برای آزمایش نتایج شبیه‌سازی؛ نمونه‌های موردنظر بر روی فیلم‌های شفاف چاپ شدند. رزولوشن چاپ 3600 dpi بود که در طراحی نمونه‌ها باید در نظر گرفته می‌شد. نمونه‌های پراشی تحت تابش لیزر هلیوم-نئون قرار گرفتند و شدت نور پراشی در کانون و بعدازآن، توسط ccd ثبت شد. شکل ۳ چیدمان آزمایش را نشان می‌دهد.



شکل ۳: چیدمان آزمایش

ما در آزمایشگاه سه نمونه از RPS-FZP هایی که طراحی کرده‌ایم را موردبررسی قرار دادیم و شدت در کانون را با دوربین ccd ثبت کردیم شکل ۴ قسمت‌های d, e و f و آن را