



## تولید دو نقطه کانونی توسط تیغه منطقه‌ای فرنل مدوله شده با فاز خطی

آرش ثباتیان، زیبا جعفری اصل

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده- با ترکیب ساختار تیغه منطقه‌ای فرنل دایره‌ای و خطی، عنصر پراشی جدیدی ایجاد می‌شود بطوریکه قابلیت تولید دو کانون نقطه‌ای را داراست، تئوری عنصر ارائه شده مورد مطالعه قرار گرفته و رفتار کانونی آن با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده شده است. ما دو نقطه‌ی کانونی تولید شده را به راحتی نشان داده ایم. علاوه بر این آزمایش‌هایی برای تایید نتایج شبیه‌سازی انجام شده است. کلید واژه- پراش فرنل، تیغه منطقه‌ای فرنل، توزیع شدت، عدسی‌های پراشی.

## Generation of double focal points by a linear phase modulated Fresnel zone plate

Arash Sabatyan, Ziba Jafari Asl

Physics department, Faculty of science, Urmia University, Urmia, Iran

Abstract- By combining circular and linear structure of Fresnel zone plate a novel diffractive element is created which is able to generate double focal points. The presented element is theoretically studied and its focusing behavior is demonstrated by simulation. We illustrated that the generated double focal points are easily manipulated. Besides, some experiments arranged to verify the simulation results.

Keywords: Fresnel diffraction, Fresnel zone plate, Intensity Distribution, Diffractive lens

## ۱- مقدمه

## ۲-۲- معادلات ریاضی

تیغه منطقه‌ای فرنل ترکیبی (CFZP)، نوع خاصی از تیغه منطقه‌ای فرنل مدوله شده است که عملکردی مجزا از عملکرد هر دو تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل دایره‌ای و خطی را داراست، با در نظر گرفتن معادلات فاز دو تیغه‌ی فرنل به صورت روابط ریاضی، معادله اول برای تیغه منطقه فرنل دایره ای عبارتند از [4]:

$$\phi_{FZP} = \frac{i\pi}{\lambda f} r^2 \quad (1)$$

و اما معادله فاز تیغه منطقه فرنل خطی بصورت زیر است [2-3]:

$$\phi_{LFZP} = \frac{i\pi}{\lambda f} (mx + ny) \quad (2)$$

که  $\lambda$  طول موج و  $f$  فاصله کانونی و  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  شعاع و  $m$  و  $n$  اعداد حقیقی مختلف هستند، در نتیجه می‌توان تابع عبور این نمونه را بصورت زیر بیان کرد [4]:

$$T(x', y') = t_{FZP} \times t_{LFZP}$$

$$T(x', y') = \text{Bin}\left\{\left[\exp\left(\frac{i\pi}{\lambda f} r^2\right)\right] \times \left[\exp\left(\pm \frac{i\pi}{\lambda f} (mx' + ny')\right)\right]\right\}$$

که تابع  $\text{Bin}(t)$  نیز به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود:

$$\text{Bin}(t) = \begin{cases} 1 & \text{imag}(t) > 0 \\ 0 & \text{imag}(t) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

در نهایت نیز می‌توان توزیع شدت نمونه‌ها را در راستای محور انتشار  $z$  با استفاده از انتگرال فرنل کیرشسلف به صورت رابطه (۵) بدست آورد [4]:

$$I(x, y, z) = \left| \left\{ \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint T(x', y') \exp\left[\frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]\right] dx' dy' \right\} \right|^2$$

که  $(x, y)$  و  $(x', y')$  به ترتیب مختصات نقطه مشاهده و مختصات نمونه هستند.

در سال‌های اخیر قطعه جدیدی در زمینه اپتیک توسط دانشمندان که خاصیت کانونی کردن باریکه نور را با توجه به ویژگی پراشی نور دارد، معرفی شده است که بسیار پرکاربرد می‌باشد. این قطعه پراشی نور که برای اولین بار توسط فرنل با مناطق حلقوی شکل مطرح گردید، بیشترین کاربرد را در زمینه تصویر گیری، میکروسکوپ اشعه X ایفا می‌نماید [1-2]. به دلیل استفاده و نوع کاربری گوناگون از این قطعه پراشی، FZP با توجه به طول موج مورد آزمایش به صورت ساختارهای یک-بعدی و دو-بعدی طراحی می‌شوند [3-4-5]. تیغه منطقه ای فرنل کلاسیک، عدسی پراشی است که از نوارهای حلقوی روشن و تاریک هم مرکز تشکیل شده است که در صفحه ی کانونی خود تنها فقط یک نقطه کانونی را تشکیل می دهد این در صورتی است که در فرایند تصویر گیری چند-گانه نیازمند بیش از یک نقطه‌ی کانونی هستیم.

## ۲- طراحی تیغه منطقه فرنل ترکیبی (CFZP)

در این مقاله نوع جدیدی از تیغه منطقه‌ای فرنل معرفی شده، که ترکیبی از دو تیغه منطقه‌ای فرنل دایره‌ای و خطی که مدوله می شود و نتیجه‌ی آن، تولید دو نقطه‌ی کانونی همسان در صفحه‌ی کانونی است. در ادامه با بررسی و تغییر پارامترهای مختلف نشان داده شده، می توان فاصله‌ی جدایی این دو نقطه‌ی کانونی را نسبت به یکدیگر تغییر داد، بطوری که این تغییرات قابل کنترل باشند.

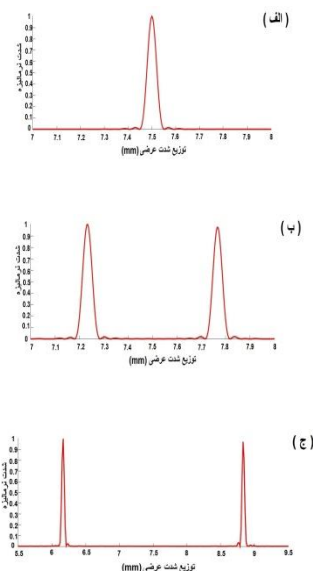
## ۱-۲- تئوری

در تیغه منطقه ای فرنل دایره‌ای کلاسیک (FZP)<sup>۱</sup>، توزیع شدت نور در صفحه‌ی کانونی بصورت یک نقطه (لکه) کانونی است [6]، در صورتی که در تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل خطی (LFZP)<sup>۲</sup> یک بعدی، همانند یک عدسی استوانه‌ای عمل می‌کند، و توزیع شدت در صفحه‌ی کانونی بصورت یک خط ظاهر می‌شود [4].

Complex Fresnel Zone Plate<sup>1</sup>  
Fresnel Zone Plate<sup>2</sup>  
Linear Fresnel Zone Plate<sup>3</sup>

## ۲-۳- شبیه سازی

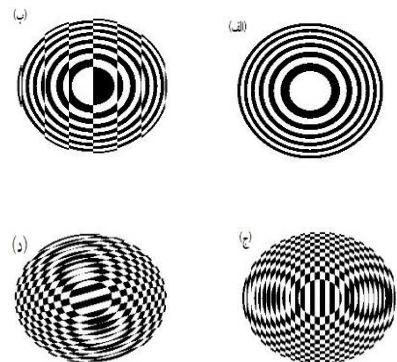
همان طور که مشاهده می شود هرگاه  $n=0$  و  $m=0$  (شکل ۲- الف) باشد، یعنی همان تیغه منطقه‌ای فرنل کلاسیک، طبق انتظارمان در صفحه‌ی کانونی تنها فقط یک نقطه‌ی کانونی با نوار مرکزی روشن مشاهده می شود، ولی این در حالی است که برای  $m \neq 0$  و  $n=0$ ، دو نقطه‌ی کانونی در صفحه‌ی کانونی ایجاد می شود، که نتیجه مدولاسیون تیغه منطقه فرنلی کلاسیکی و تیغه منطقه فرنلی با فاز خطی یک بعدی است طوری که یکی از نقاط با نوار مرکزی روشن و دیگری با نوار مرکزی تاریک مشاهده می شود، از طرفی با افزایش  $m$  (شکل ۲- ج)، فاصله‌ی جدایی این دو نقطه ی به اندازه  $(D)$  از یکدیگر افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۲- د)، می‌توان نتیجه گرفت که پارامتر  $n$  نقش دوران کننده دارد و دو نقطه‌ی کانونی را حول محور اپتیکی می‌چرخاند، و اما دلیل چرخش این است که برای حالت (د) تیغه منطقه ای فرنل خطی در دو بعد مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور بررسی بیشتر در مورد پارامتر  $m$  و فاصله‌ی جدایی دو نقطه- ی کانونی از یکدیگر، نمودار توزیع شدت عرضی در صفحه‌ی کانونی را برای الف) ( $m=n=0$ )، ب) ( $m=0/5, n=0$ ) و ج) ( $m=2/5, n=0$ ) و د) ( $m=0/5, n=1/5$ ) را به ترتیب در شکل (۳) نمایش داده شده است:



شکل ۳: نمودارهای توزیع شدت عرضی شبیه سازی شده در راستای  $Z$ :  
الف) ( $m=n=0$ )، ب) ( $m=0/5, n=0$ ) و ج) ( $m=2/5, n=0$ ).

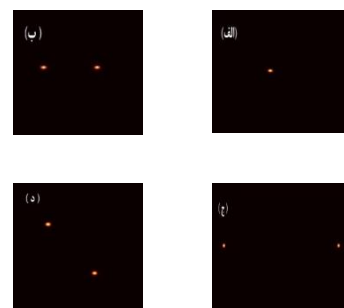
همان طور که مشاهده می‌شود، فاصله‌ی جدایی دو نقطه کانونی از یکدیگر ( $D$ ) با پارامتر  $m$  رابطه‌ی مستقیمی دارد با بدست آورد نسبت  $(\frac{D}{m})$  و رسم آن در (شکل ۴)، مشاهده

به منظور شبیه‌سازی نمونه‌ها، از برنامه MATLAB استفاده شده است. برای طراحی نمونه‌ها، فاصله کانونی  $f=500\text{mm}$ ، طول موج  $\lambda=632/8\text{nm}$  و شعاع کلی تیغه منطقه ای فرنل ترکیبی برابر  $R=7\text{mm}$  در نظر گرفته شده است. شکل (۱) تابع عبوری تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل ترکیبی (CFZP) را به ازای  $m$  و  $n$  های متفاوت نمایش می- دهد.

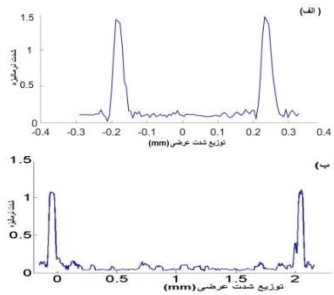


شکل ۱: نمونه های شبیه سازی شده (الف) برای نمونه ( $m=n=0$ ) و (ب) برای نمونه ( $m=0/5, n=0$ ) و (ج) برای نمونه ( $m=2/5, n=0$ ) و (د) برای نمونه ( $m=0/5, n=1/5$ )

با توجه به شکل (۱) حالت‌های (الف)، (ب) و (ج) برای  $n$  های صفر و برای  $m$  های متفاوت است و اما حالت (د) که هر دو پارامتر  $m$  و  $n$  آن مخالف صفر می باشد و با استفاده از رابطه (۵) می‌توان توزیع شدت این نمونه‌ها را در صفحه‌ی کانونی ( $z=f$ ) بدست آورد. شکل (۲) بترتیب توزیع شدت تیغه‌های منطقه‌ای فرنل ترکیبی (CFZP) را که در شکل (۱) آورده شده است، نمایش می‌دهد.



شکل ۲: تصاویر کانونی نمونه های شبیه سازی شده: الف) ( $m=n=0$ )، ب) ( $m=0/5, n=0$ )، ج) ( $m=2/5, n=0$ ) و د) ( $m=0/5, n=1/5$ )



شکل ۷: نمودار تجربی توزیع شدت عرضی CFZP برای (الف:  $m=0/5$  و  $n=0$ ) (ب:  $m=2/5$  و  $n=0$ ).

پهنای نمونه شبیه سازی شده ( $m=0/5, n=0$ ) برابر  $29/1$  میکرومتر و پهنای تجربی  $32$  میکرومتر و نمونه ( $m=2/5, n=0$ ) با پهنای شبیه سازی  $29/9$  میکرومتر و تجربی  $32/4$  میکرومتر مطابقت نزدیکی با یکدیگر دارند.

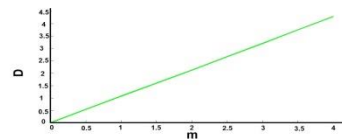
### ۳- نتیجه گیری

با ترکیب دو تیغه منطقه ی فرنل کلاسیک و خطی مدوله شده، یک عدسی پراشی جدیدی می توان طراحی که قابلیت تشکیل دو نقطه کانونی را دارد، بطوری که فاصله ی جدایی بین این دو نقطه ی کانونی با پارامتر معرفی شده ی  $m$  قابل کنترل بوده، نسبت فاصله ی جدایی دو نقطه ی کانونی  $D$  به پارامتر  $m$ ، یعنی  $(\frac{D}{m})$  مقدار ثابتی دارد و همچنین مشاهده می شود که نتایج شبیه سازی با نتایج تجربی مطابقت دارد.

### مراجع

- [1]. S. Wang, X. Zhang, and Terahertz Technology: Terahertz Topographic Imaging with a Fresnel lens, *Opt. Photonics News* **13**, 59-59, (2002).
- [2] Y. Wang, W. Yun and C. Jacobsen, "Achromatic "Fresnel optics for wideband extremeultraviolet and X-ray imaging", *Nature* **424**, 50-52, (2003).
- [3] A. Sabatyan and S. Gharbi, "Generation of double line focus and 1D Non-diffractive beams using phase shifted linear Fresnel zone plate," *Optics & Laser Tech.* **69**, 65-70 (2015).
- [4] A. Sabatyan and J. Rahghdoost, "Focusing specification of cross-like Fresnel zone plate," *OPTIK*. **126**, 47964799, (2015).
- [5] ثباتیان آر، ابراهیمی هاله، «مطالعه ی خواص کانونی غربال فوتونی تصحیح»، انجمن اپتیک و فوتونیک، ایران، دانشگاه یزد، ۱۳۹۴
- [6]. Qing Cao and Jurgen Jahns; *Optical Society of America A*; **Vol 20**, No 8, (2003)

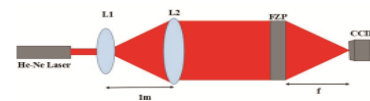
می شود که این تغییرات به صورت یک خط راست خواهد بود.



شکل ۴: نسبت  $D/m$  (تغییرات فاصله بین نقاط کانونی عرضی نسبت به  $m$  بصورت خط راستی است که برای  $m$  مختلف و  $n=0$ ، یک مقدار ثابت است.

### ۴-۲- نتایج تجربی

برای بررسی صحت نتایج شبیه سازی، نمونه های طراحی شده را با استفاده از فرایند لیتوگرافی چاپ و در آزمایشگاه تحت چیدمانی که به صورت شکل (۵) نمایش داده شده، و توسط نور لیزر هلیوم-نئون ( $\lambda=632/8nm$ ) بعد از فیلترینگ و موازی سازی به طور عمود مورد تابش قرار داده شده است. سپس توزیع شدت آن ها را در صفحه ی کانونی توسط CCD در رایانه ثبت و ذخیره می شود



شکل ۵: شماتیکی از چیدمان آزمایشگاهی.

اما شکل (۶) بترتیب توزیع شدت تجربی بدست آمده از CFZP ها را به ازای (الف:  $m=0/5, n=0$  و ب)  $m=2/5, n=0$  را در صفحه ی کانونی نشان می دهد. با مقایسه نتایج بدست آمده و نتایج شبیه سازی شده (شکل ۳ ب و ج) شباهت بسیار زیادی بین نتایج عملی و تجربی مشاهده می شود که تطبیق بسیار زیادی با یکدیگر دارند.



شکل ۶: توزیع شدت تجربی CFZP را به ازای (الف:  $m=0/5$  و  $n=0$ ) (ب:  $m=2/5$  و  $n=0$ ).

در ادامه تصاویر بدست آمده را با نرم افزار Image J آنالیز کرده و پروفایل شدت عرضی آن را در شکل (۷) رسم نموده و با نمودار توزیع شدت شبیه سازی شده مورد مقایسه قرار می گیرد.