



بررسی امواج غیرخطی سالیتون در برهم کنش لیزر پرتوان با پلاسمای کم چگال

مصطفی صادق زاده، اسماعیل اسلامی

دانشگاه علم و صنعت ایران، نارمک، تهران

چکیده - این مقاله به بررسی تشکیل سالیتون و امواج نوسانی در انتشار پرتو لیزر از میان پلازما اختصاص داده شده است. بالا و پایین بودن شدت لیزر تحت فرکانس های مختلف پلازما مورد مطالعه قرار گرفته است. ما پوش سالیتون های لیزری، پتانسیل الکترواستاتیکی wakefield و چگالی پلازما را در برهم کنش نسبیتی لیزر-پلازما مورد بررسی قرار داده ایم. نتایج نهایی ما در این مقاله به درک رفتار سالیتون ها در تقابل بین شدت لیزر و فرکانس پلازما اختصاص یافته شده است. نتایج نشان می دهد محدوده فرکانسی برای شدت لیزر 0.1 (غیرنسبیتی)، از 3 تا 9 ، برای شدت لیزر برابر 0.8 (نزدیک مرز نسبیتی)، از 1.8 تا 9 ، و در شدت لیزر برابر 1.5 (بالای مرز نسبیتی)، از 3 تا 9 ، متغیر خواهد بود. برای شدت لیزر 10 (نسبیتی)، و 10 (فوق نسبیتی)، محدوده فرکانسی برای تشکیل سالیتون از 1.1 تا 8 و از 1.1 تا 8 متغیر خواهد بود.

کلید واژه- برهم کنش لیزر با پلازما، امواج سالیتونی، فرکانس و شدت لیزر، فرکانس پلازما

Study of nonlinear Soliton wave by the interactions of high power laser with underdense plasma

Mostafa Sadeghzadeh, Esmail Eslami

Iran university of science and technology-Narmak-Tehran

Abstract- This article was devoted to investigate the formation of soliton and oscillation waves in propagation of laser beam through the plasma. Low and high incident laser intensity under different plasma frequencies were studied. We have investigated laser envelope solitons, plasma electrostatic wake fields and plasma density sharp peaks in relativistic laser-plasma interaction. Our final results was devoted to understand the behavior of solitons in competition between laser intensity and plasma frequency. It is observed that the frequency range of the solitons formation are 3 to 9, 1.8 to 9, 3 to 9, 1.8 to 9 and 1.1 to 8, for the normalized laser intensities are, respectively, 0.1 (non relativistic), 0.8 (near of relativistic border), 1.5 (above of relativistic border), 3 (relativistic) and 10 (ultra relativistic).

Keywords: Laser-plasma interactions, soliton wave, laser frequency and intensity, plasma frequency

۱- مقدمه

پلاسما، a پتانسیل برداری نرمالیزه میدان الکتریکی لیزر (پارامتر قدرت لیزر)، ϕ پتانسیل اسکالر نرمالیزه میدان الکترواستاتیک (پتانسیل Wake) پلاسما می‌باشد. با نرمالیزه کردن معادلات ماکسول لیزر و هیدرودینامیک پلاسما نتایج به صورت زیر می‌شود:

$$\nabla^2 a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \frac{(k_p)^2 nq}{\gamma} \quad (5)$$

$$\nabla^2 \phi = (k_p)^2 (n-1) \quad (6)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{nq}{\gamma} \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial (q-a)}{\partial t} = \nabla (\phi - \gamma) \quad (8)$$

ما فرض کردیم که انتشار امواج لیزر در راستای z باشد. با اعمال کمیت‌های نرمالیزه $\xi = k_p (z - v_g t)$ و $\tau = \omega_p \left(t + z \left(v_g \right)^{-1} \right)$ در معادلات (۵) تا (۸)، آن‌ها را ساده می‌کنیم و بعد از ساده‌سازی، از معادلات (۷) و (۸) مقادیر γ ، n و q را با استفاده از انتگرال-گیری به دست می‌آوریم [3]. حالا با داشتن مقادیر γ ، n و q و اعمال آنها در معادلات (۵) و (۶)، دو معادله دیفرانسیلی کوپل شده مرتبه دوم نرمالیزه شده به دست می‌آید که به صورت رابطه (۹) و (۱۰) می‌باشد [4,5]:

$$\frac{d^2 a}{d\xi^2} + \omega^2 a = \frac{\sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{\left(\sqrt{1+(a_0)^2} + \phi \right)^2 - \varepsilon^2 (1+a^2)}}}{\varepsilon^2} a \quad (9)$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} = n - 1 = \frac{\sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{\left(\sqrt{1+(a_0)^2} + \phi \right)^2 - \varepsilon^2 (1+a^2)}}}{\varepsilon^2} \left(\sqrt{1+(a_0)^2} + \phi \right) - 1 \quad (10)$$

دو رابطه بالا معرف رفتار سالیتون‌ها (امواج غیرخطی) در پلاسما می‌باشد. پارامتر ε به عنوان مشخصه پلاسما که به صورت $\varepsilon^2 = 1 - (\beta_g)^2$ می‌باشد، همچنین $\omega = [\omega_0 (\omega_p)^{-1}]$ همان فرکانس نرمالیزه لیزر می‌باشد [5].

امروزه برهم‌کنش لیزرهای پرتوان با پلاسما به جهت کاربردهای فراوان در صنعت، مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است [1]. از جنبه‌های فیزیکی حاکم در برهم‌کنش لیزرهای پرتوان (دارای شدت 10^{18} W/cm^2) با پلاسما، اثرات غیرخطی تولید شده در حالت پلاسمای نسبیتی از جمله تولید امواج سالیتونی می‌باشد. سالیتون‌ها بیانگر امواج غیرخطی موضعی به حالت پایدار می‌باشند که بحث اصلی مقاله روی امواج غیرخطی سالیتونی در پلاسما می‌باشد [2].

۲- فرمول‌بندی مسئله

معادلات حاکم بر امواج الکترومغناطیسی (لیزر) که به معادلات ماکسول معروف هستند، به صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla \times B = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} n v \quad (1)$$

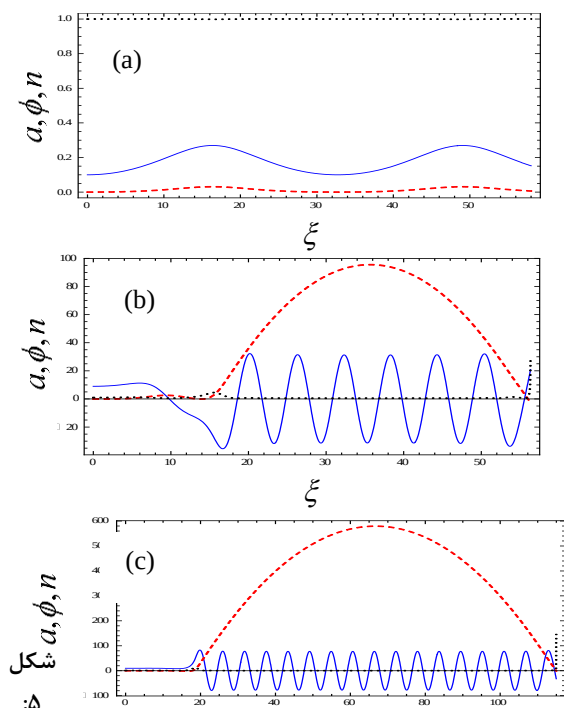
$$\nabla \cdot E = 4\pi e (n_i - n) \quad (2)$$

برای امواج الکترومغناطیس با بردار پتانسیل A رابطه $B = \nabla \times A$ و پتانسیل اسکالر ϕ با رابطه $E = -\nabla \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}$ برقرار می‌باشد که n ، e و v به ترتیب بارالکترون، چگالی و سرعت سیال می‌باشد. معادلات هیدرودینامیک حاکم بر پلاسما سرد به صورت زیر می‌باشد.

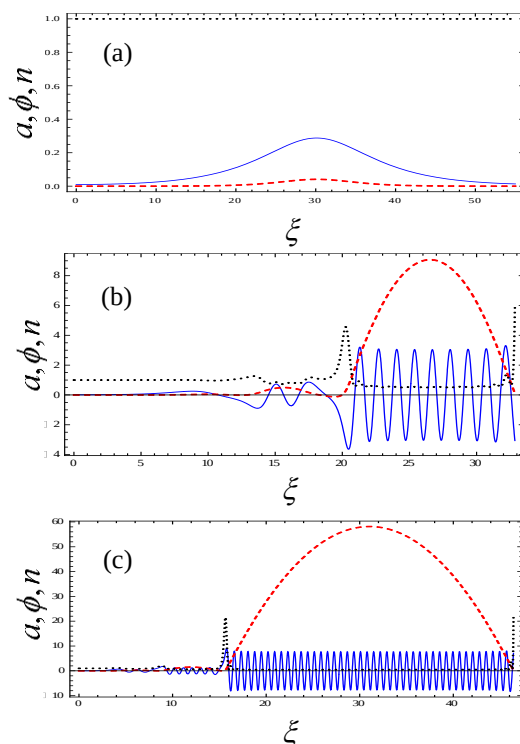
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{nP}{\gamma m} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v \cdot \nabla (P) = -e \left[E + \frac{1}{c} v \times B \right] \quad (4)$$

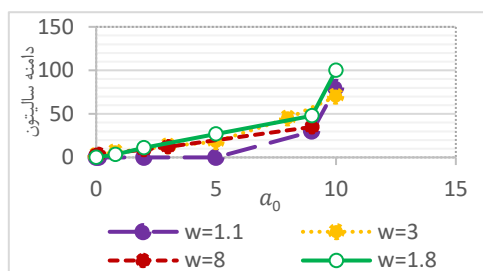
کمیت P معرف تکانه نسبیتی برای الکترون‌ها که به صورت رابطه $P = \gamma m v$ و کمیت $\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ می‌باشد. با معرفی کمیت‌های بدون بعد (نرمالیزه) از جمله: $v' = \frac{v}{c} = \frac{q}{\gamma} = \beta$ ، $q = \frac{P}{mc}$ ، $r' = k_p r$ ، $t' = \omega_p t$ ، $v' = \frac{v}{c} = \frac{q}{\gamma} = \beta$ ، $q = \frac{P}{mc}$ ، $r' = k_p r$ ، $t' = \omega_p t$ ، $\phi = \frac{e\phi}{mc^2}$ ، $a = \frac{eA}{mc^2}$ ، $n' = \frac{n}{n_0}$ پلاسما، n چگالی اختلالی پلاسما و n_0 چگالی غیراختلالی



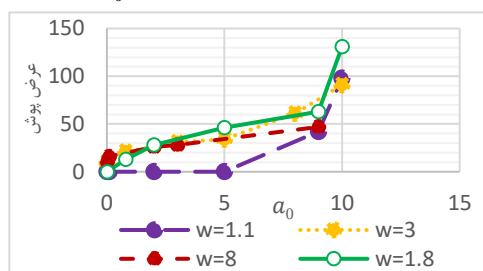
شکل ۵: پتانسیل برداری نرمالیزه میدان الکتریکی لیزر a (خط آبی رنگ)، پتانسیل اسکالر نرمالیزه الکترواستاتیک wake field ϕ (خط قرمز رنگ) و چگالی الکترون n (نقطه چین مشکی رنگ) بر حسب ξ برای حالت (a) $\varepsilon=0/3, a_0=9$ (b) $\varepsilon=0/9, a_0=0/1$ (c) $\varepsilon=0/2867, a_0=10$



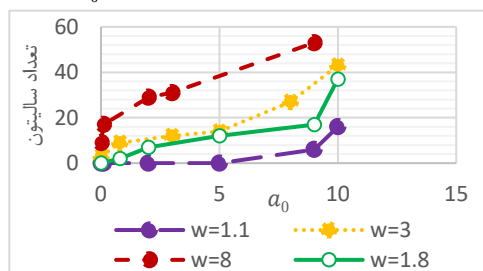
شکل ۶: پتانسیل برداری نرمالیزه میدان الکتریکی لیزر a (خط آبی رنگ)، پتانسیل اسکالر نرمالیزه الکترواستاتیک wake field ϕ (خط قرمز رنگ) و چگالی الکترون n (نقطه چین مشکی رنگ) بر حسب ξ برای حالت (a) $\varepsilon=0/3, a_0=9$ (b) $\varepsilon=0/9, a_0=0/1$ (c) $\varepsilon=0/2867, a_0=10$



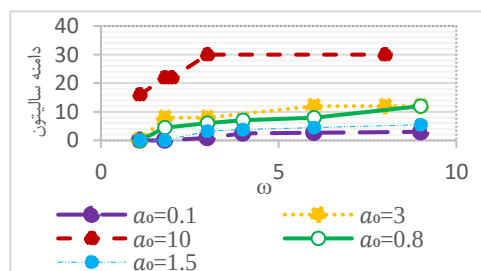
شکل ۷: بررسی تغییرات دامنه سالیتون بر حسب a_0



شکل ۸: بررسی تغییرات عرض پوش سالیتونی بر حسب a_0

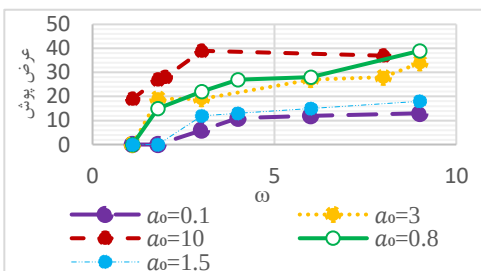


شکل ۹: بررسی تغییرات تعداد سالیتون بر حسب a_0

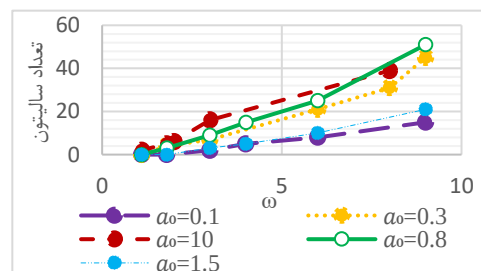


شکل ۱۰

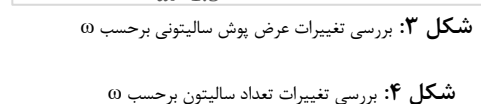
$\varepsilon=0/11, \omega=9$ (c) $\varepsilon=0/199$



شکل ۱۱: بررسی تغییرات دامنه سالیتون بر حسب ω



شکل ۱۲: بررسی تغییرات عرض پوش سالیتونی بر حسب ω



شکل ۱۳: بررسی تغییرات تعداد سالیتون بر حسب ω

۳- نمایش و تحلیل نمودارها

از ۳ تا ۹ می‌باشد، اگر شدت برابر $0/8$ (نزدیک مرز نسبیتی)، $۱/۵$ (بالای مرز نسبیتی)، ۳ (نسبیتی) و ۱۰ (فوق نسبیتی) باشد، آنگاه محدوده فرکانسی برای تشکیل سالیتون، به ترتیب از $1/8$ تا ۹، ۳ تا $۱/۸$ ، ۹ تا $۱/۱$ و $۱/۱$ تا ۸ می‌باشد. البته یک نتیجه مهم دیگر در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ این است که با افزایش فرکانس نرمالیزه لیزر، ما شاهد افزایش دامنه سالیتون‌ها، تعداد سالیتون‌ها و همچنین عرض پوش سالیتونی می‌باشیم، البته فقط در یک محدوده فرکانسی بین ۳ تا ۸ در شکل (۳)، با افزایش فرکانس نرمالیزه، ما شاهد کاهش عرض پوش سالیتونی هستیم که در این مورد باید دلیل کاهش را در کار آزمایشگاهی به صورت عملی بررسی شود که این پیشنهادی برای انجام پروژه‌های بعدی می‌باشد. برای حالت‌هایی که در شکل ۶، ۷ و ۸ نشان داده شده است، بررسی‌ها نشان می‌دهد که اگر فرکانس نرمالیزه لیزر برابر $1/1$ باشد، محدوده شدت برای تشکیل سالیتون از ۹ تا ۱۰ می‌باشد، اگر فرکانس برابر $1/8$ ، ۳ و ۸ باشد، آنگاه محدوده شدت برای تشکیل سالیتون، به ترتیب از $0/8$ تا ۱۰، $0/01$ تا ۱۰ و $0/۱$ تا ۹ می‌باشد. البته یک نتیجه مهم دیگر که در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ هم مشاهده می‌شود، این است که با افزایش شدت نرمالیزه لیزر، ما شاهد افزایش دامنه سالیتون‌ها، تعداد سالیتون‌ها و همچنین عرض پوش سالیتونی می‌باشیم.

مراجع

- [1] D. Batani, C. J. Joachain, S. Martellucci, and A. N. Chester, *Atoms, Solids, and Plasmas in Super-Intense Laser Fields*, 2001.
- [2] M. Lontano, "Relativistic Electromagnetic Solitons Produced by Ultrastrong Laser Pulses in Plasmas," *AIP Conf. Proc.*, p. 87, 2002.
- [3] P. Sprangle, E. Esarey, and A. Ting, "Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, p. 2011, 1990.
- [4] X. Bai-Song and Y. Xin-Tao, "Stable Propagating Waves and Wake Fields in Relativistic Electromagnetic Plasma," *Commun. Theor. Phys.*, vol. 49, p. 753, 2008.
- [5] B. S. Xie and S. C. Du, "Solitons in relativistic laser-plasma interactions," *Front. Phys. China*, vol. 2, p. 178, 2007.

از حل معادلات کوپل شده، پارامترهای a ، ϕ و n برحسب ϵ (راستای انتشار لیزر) به دست می‌آید. ما قصد داریم رفتار سالیتون‌ها را با تغییر دادن شدت نرمالیزه لیزر و فرکانس نرمالیزه لیزر بررسی کنیم. حالت اول، کمیت شدت را ثابت (برابر $۰/۱$) و فرکانس را تغییر می‌دهیم. از طرفی بررسی‌ها در حالت پلاسمای کم‌چگال انجام شده است، پس فرکانس لیزر از پلاسمای پلازما بزرگتر خواهد شد. شکل (1) قسمت (a) بیانگر تغییرات در $\omega=1/1$ ، $\epsilon=0/9$ ، قسمت (b) برای $\omega=5$ ، $\epsilon=0/199$ و قسمت (c) برای $\omega=9$ ، $\epsilon=0/11$ می‌باشد. برای حالت (a)، به دلیل ناچیز بودن مقدار فرکانس نرمالیزه لیزر، اثر نیروی پاندرماتیو کم می‌باشد و به تبع آن امواج غیرخطی سالیتونی تشکیل نمی‌شود. شکل (۱) قسمت (b) و (c)، فرکانس نرمالیزه لیزر دارای مقدار بالایی می‌باشد، یعنی فرکانس لیزر به ترتیب ۵ و ۹ برابر فرکانس پلازما شده است. پس در این حالت باعث شده که نیروی پاندرماتیو بسیار قوی در سیستم اعمال شود و چگالی الکترون را در پوش سالیتونی به مقدار تقریباً صفر برساند. سالیتون‌ها در شکل، به صورت خط آبی رنگ مشاهده می‌شوند. برای بررسی دیگر حالاتی که دارای شدت نرمالیزه لیزر ثابت می‌باشند، نمودارهای ۲، ۳ و ۴ در نظر گرفته شده که برای بررسی کلی رفتار سالیتون‌ها در پلازما می‌باشد. حالت دوم، کمیت ω را ثابت نگه داشته و a_0 را تغییر می‌دهیم و تغییرات به وجود آمده را در حالت $\omega=1/1$ بررسی می‌کنیم. شکل (۵) قسمت (a) بیانگر تغییرات در $\epsilon=0/3$ ، $a_0=9$ ، قسمت (b) برای $\epsilon=0/9$ ، $a_0=0/1$ و قسمت (c) برای $\epsilon=0/2867$ ، $a_0=10$ می‌باشد. توضیحات شکل (۵) قسمت (a)، همانند شکل (۴) قسمت (a) می‌باشد. برای هر دو حالت قسمت (b) و (c)، شدت نرمالیزه لیزر دارای مقدار بالایی می‌باشد که باعث شده نیروی پاندرماتیو بسیار قوی در سیستم اعمال شود و چگالی الکترون را در پوش سالیتونی به مقدار تقریباً صفر برساند. برای بررسی دیگر حالاتی که دارای فرکانس نرمالیزه لیزر ثابت می‌باشند، نمودارهای ۶، ۷ و ۸، برای بررسی کلی رفتار سالیتون‌ها در نظر گرفته شده است.

۴- نتیجه‌گیری

برای حالت‌هایی که در شکل ۲، ۳ و ۴ نشان داده شده است، بررسی‌ها نشان می‌دهد که اگر شدت نرمالیزه لیزر برابر $۰/۱$ (غیرنسبیتی) باشد، محدوده فرکانسی برای تشکیل سالیتون